Groupama

master | FINANCE
Université d'Orléans

La mise en place d'un modèle d'évaluation du risque de crédit dans le cadre de la réforme Solvabilité 2

par

Alexis Charbonneau

Année universitaire 2013/2014

À l'attention du jury de soutenance
Date de la soutenance : 07/11/2014

Sous la direction
de

Monsieur Guillaume Barruel
Responsable du Contrôle de Gestion et du Pilotage des Risques Groupama Paris Val de Loire

et du

Professeur Bertrand Maillet
ABN AMRO Advisors, Variances, Université Paris-Dauphine et d'Orléans LEDa-SDFi, LEO/CNRS et ILB

L'Université d'Orléans n'entend donner aucune approbation ni improbation aux opinions émises dans les mémoires et les thèses ; elles doivent être considérées comme propres à leur auteur.

Remerciements

Je tiens à exprimer mes remerciements à toute l'équipe du service Contrôle de Gestion et Pilotage des Risques de Groupama Paris Val de Loire pour leur professionnalisme, leur soutien ainsi que pour leur disponibilité. Tous ont participé de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire.

Cet écrit me donne l'occasion de témoigner de ma reconnaissance envers mon maître de stage, Guillaume Barruel, pour son implication dans la rédaction de cet écrit. J'ai vraiment apprécié ses conseils en actuariat comme en finance quantitative.

Mes remerciements vont également à mon tuteur universitaire, Monsieur le Professeur Bertrand Maillet. Ses nombreuses recommandations et ses idées m'ont en effet permis d'avancer efficacement dans l'élaboration de ce document.

Merci aux enseignants du Master Finance de l'Université d'Orléans pour leur confiance et grâce à qui j'ai pu orienter ma formation vers un domaine qui me passionne.

Enfin, *last but not least*, je tiens à remercier chaleureusement ma famille et mes amis pour leurs encouragements et leurs regards critiques sur ce mémoire.

La mise en place d'un modèle d'évaluation du risque de crédit dans le cadre de la réforme Solvabilité 2

Alexis Charbonneau *

Résumé

Le 22 avril 2009, la Directive Solvabilité 2 a été adoptée par le Parlement Européen et constitue à ce jour, le cadre réglementaire des assureurs européens. Sa structure, en trois piliers, s'inspire de la réforme bancaire Bâle 2 et permet d'avoir une approche globale de la gestion des risques et *in fine* de prévenir tout risque systémique. En effet, sous ce cadre, tous les aspects du contrôle prudentiel sont abordés : les exigences quantitatives *via* le calcul du capital de solvabilité requis (*SCR*) et celui du capital minimal de requis (*MCR*), les exigences qualitatives ainsi que la transparence et la communication financière. Jusqu'à présent, les assureurs européens se sont focalisés sur les différents aspects quantitatifs du texte (calculs des taux de couverture notamment) mais la seule mise en place de ces exigences en capital ne peut suffire à traiter de toutes les spécificités du risque, propres à chaque acteurs de marché. Ainsi, dans le cadre de l'évaluation interne des risques et de la solvabilité (l'*Own Risk and Solvency Assessment - ORSA)*, les assureurs pourront renforcer leur système de gestion des risques en ayant une vision spécifique du risque encouru.

L'intérêt de cet écrit est donc de présenter le cadre règlementaire dans lequel évoluent actuellement les assureurs européens, en s'intéressant à la fois aux aspects qualitatifs et à la fois aux aspects quantitatifs. Nous présenterons alors dans un premier chapitre le cadre règlementaire de l'environnement Solvabilité 2, puis l'accent sera mis sur le dispositif *ORSA*. Après une présentation des risques financiers, nous exposerons une mesure de risque largement diffusée par les praticiens : la valeur en risque ou *Value-at-Risk (VaR)*. Cette dernière est devenue une métrique de référence dans le système de régulation des institutions financières, il en convient alors d'en faire une présentation détaillée. Finalement, l'objectif sera ici de participer à la construction d'un modèle d'évaluation du risque de crédit de type *VaR* (ou assimilés) au sein de la Caisse Régionale d'assurance non-vie, Groupama Paris Val de Loire.

Mots-clefs : Solvabilité 2, ORSA, Gestion des risques, *Value-at-Risk*, VaR.

Classification J.E.L : G1, G2, G3, C50.

∗. Master 2 Finance - Banque, Finance, Assurance - Université d'Orléans. Email : alexis.charbonneau@hotmail.fr

La mise en place d'un modèle d'évaluation du risque de crédit dans le cadre de la réforme Solvabilité 2

Alexis Charbonneau

Abstract

On April 22, 2009, the Solvency II framework Directive has been officially adopted by the European Parliament. It represents to this day the regulatory framework of European insurers. By decomposing it into three pillars structure, it takes its roots in Basel II and it essentially allows the adoption of a comprehensive risk-management approach in order to prevent any systematic risk. From this perspective, each of the prudential control aspects is addressed in detail : the quantitative requirements with the SCR and the MCR, the qualitative requirements, as well as the transparency and the financial communication. So far, European insurers have been focusing on the various quantitative aspects of the text (SCR rate and MCR). However, affording only the capital requirements may not be sufficient to handle the particular risks of each market participant. Thus, by supplementing the analysis with qualitative requirements, each of the insurers is able to strengthen their risk management system by implementing internal controls within the Own Risk and Solvency Assessment framework (ORSA). In other words, the concept consists of creating a customized process in which each company defines its risk profile and adapts its environment according to the political risk. De facto, the second pillar becomes the conductor of this system and it emphasis on insurer's capacity to assess their risk exposure.

The aim of this paper is to introduce, in the first place, the regulatory framework in which the European insurers progress by covering both quantitative and qualitative aspects. Therefore, we will be focusing firstly on the Solvency II framework, and then, on the ORSA device. We shall also examine the Value-at-Risk (VaR), a risk measure widely used by insurers which we will be discussing in further detail later. Last but not least, our main goal will be to participate and to get involved in the construction of an operational model of risk-management, an intra-daily VaR or equivalent, within a non-life insurance company, Groupama Paris Val de Loire.

Keywords *: Solvency II, ORSA, Risk Management, Value-at-Risk, VaR.*

Table des matières

Remerciements **I**

Résumé **II**

Abstract **III**

Introduction **1**

1 L'environnement Solvabilité 2 **3**
1.1 Solvabilité 2 : nouveau cadre règlementaire des assureurs européens 3
1.1.1 Mise en place et objectifs de la réforme 3
1.1.2 La structure en trois piliers de la régulation prudentielle . 6
1.2 Les exigences en capital règlementaire 7
1.2.1 Le capital de solvabilité requis 7
1.2.2 Le minimum de capital requis 12
1.3 Les tests de resistance 13
1.3.1 Exemple N° 1 : tests de résistance aux aléas financiers . . 13
1.3.2 Exemple N° 2 : tests de résistance aux aléas climatiques . 14

2 Le dispositif d'évaluation interne des risques **16**
2.1 Définition et objectifs 16
2.1.1 Présentation du dispositif d'évaluation interne des risques et de la solvabilité 17
2.1.2 Les préceptes du dispositif d'évaluation interne des risques 18
2.2 Quelle gestion des risques au sein du dispositif ? 20
2.2.1 L'appétence au risque 20
2.2.2 Choix de la métrique 21
2.3 Stratégie et profil de risque de Groupama Paris Val de Loire . . . 23

3 Les risques financiers **25**
3.1 Le risque de marché 25
3.1.1 Faits stylisés des marchés financiers 26
3.1.2 Sources du risque de marché 30
3.1.3 Les autres risques financiers 31
3.2 Le risque de crédit 33

3.2.1 Estimation des pertes attendues et inattendues 33
3.2.2 Modélisation du risque de crédit 35
3.2.3 La modélisation du risque de défaut 36
3.3 Le risque systémique 38
3.3.1 Définition 38
3.3.2 Identification du risque systémique 39
3.3.3 Mesurer le risque systémique 41

4 La valeur en risque **43**
4.1 Présentation générale 43
4.1.1 Historique 43
4.1.2 Concept et propriétés 44
4.2 Les différentes méthodes d'estimation de la *Value-at-Risk* 45
4.2.1 Les méthodes non paramétriques 45
4.2.2 Les méthodes paramétriques 47
4.2.3 Les méthodes semi-paramétriques 49
4.3 Panel des différents modèles de *Value-at-Risk* 50
4.3.1 La *Value-at-Risk* conditionnelle ou *Expected Shortfall* . . 50
4.3.2 La *Value-at-Risk* marginale 51
4.3.3 La *Value-at-Risk* incrémentale 51
4.4 Utilisation de la *Value-at-Risk* pour le risque de crédit 52
4.4.1 Le modèle *CreditMetrics* 52
4.4.2 Le modèle *CreditRisk+* 57
4.5 Les limites de la *Value-at-Risk* 58

5 Implémentation du modèle *CreditMetrics* **60**
5.1 La modélisation 60
5.1.1 Portefeuille de l'étude et identification des couples Pays-Industries 61
5.1.2 Calcul des rendements des actions et de la volatilité expliquée des rendements 63
5.1.3 Matrice de corrélations entre indices et calculs matriciels . 67
5.1.4 Approche par des simulations de Monte-Carlo 72
5.2 Résultats et limites du modèle 75
5.2.1 Valeur du portefeuille simulé 75
5.2.2 Limites du modèle et pistes d'amélioration 76

Conclusion **78**

Références **80**

Annexes **i**

Liste des tableaux

1.1 La structure en 3 piliers de Solvabilité 2 7
1.2 Matrice de corrélations pour le calcul du SCR 10
1.3 Matrice de corrélations pour le calcul du SCR de marché 10
1.4 Calibrage des tests de résistance aux aléas financiers 14
1.5 Résultats des tests de résistance financiers - Taux de couverture du SCR 14
1.6 Résultats des tests de résistance financiers - Taux de couverture du MCR 14

3.1 Liste des notations financières des principales agences de notation 37

4.1 Taux zéro-coupon par année de maturité et selon le *rating* 54
4.2 Valeur potentielle de l'obligation selon les probabilités de migration 54
4.3 Calcul de l'écart-type 54
4.4 Volatilités et corrélations par Pays-Industries 56

5.1 Portefeuille retenu pour l'étude 62
5.2 Couples Pays-Industries 63
5.3 Associations Obligations-Actions 64
5.4 Exemple de calcul des rendements sur un mois pour l'indice SBF120 et l'action EDF 65
5.5 Résultats des régressions linéaires sur les rendements des actions françaises 66
5.6 Résultats des régressions linéaires sur les rendements des actions allemandes 66
5.7 Résultats des régressions linéaires sur les rendements des actions espagnoles 66
5.8 Matrice de corrélations entre indices boursiers 67
5.9 Matrice $\overline{C}$ 68
5.10 Volatilité expliquée et poids des rendements idiosyncratiques . . 69
5.11 Loi Normale et *rating* 72
5.12 Calcul de statistiques de base 75
5.13 Calcul des quantiles sur la valeur future du portefeuille 76

Table des figures

1.1 Evolution du bilan sous Solvabilité 1 vers Solvabilité 2 5
1.2 La structure modulaire du *SCR* (*CEIOPS*) [**1**] 9

3.1 Distribution d'une loi Normale *vs.* loi de distribution du risque de crédit (CreditMetrics - *Technical Document*, 1996) 36

4.1 Calcul des probabilités jointes pour un portefeuille de deux obligations (Excel) 55

5.1 Matrice W (en %) 70
5.2 Matrice des corrélations individuelles 71
5.3 Probabilité de migrations à partir d'un *rating* initial de BBB (*CreditMetrics - Technical Document*) 73
5.4 Modélisation du défaut selon le modèle de Merton (*CreditMetrics - Technical Document*) 74
A.1 Matrice de corrélations pour le calcul du SCR i
A.2 Matrice de corrélations pour le calcul du SCR_{Market} i
A.3 Matrice de corrélations pour le SCR_{Life} i
A.4 Matrice de corrélations pour le SCR_{Health} ii
A.5 Matrice de corrélations pour le $SCR_{Non-Life}$ ii
A.6 Matrice de corrélations pour le calcul du SCR par LoB iii
A.7 Calibrage des *stress-tests* climatiques (Groupama Paris Val de Loire) iv
A.8 Résultats des *stress-tests* climatiques sur le ratio de couverture (Groupama Paris Val de Loire) v
A.9 Matrice de passage fournies par S&P's vi
A.10 Codes R pour simulations de Monte-Carlo vii
A.11 Nombres aléatoires sous l'hypothèse de la loi Normale pour les 9 premières obligations viii
A.12 Résultats des simulations de migrations pour les 9 premières obligations ix
A.13 Calcul des *cash-flows* x
A.14 Valeurs obtenues en fonction des simulations de *ratings* xi

Introduction

Le 22 avril 2009, la Directive Solvabilité 2 a été adoptée par le Parlement Européen, sa date officielle d'entrée en vigueur est aujourd'hui programmée au 1er janvier 2016. Pourtant, il y a encore quelques années, une mise en place rapide de la Directive Solvabilité 2 semblait compromise et après une année 2011 et 2012 pauvres en textes officiels, force est de constater que la réforme avance à grand pas et sollicite toute l'attention des assureurs européens.

La réforme Solvabilité 2 tire ses racines de Bâle 2 et s'articule autour de trois piliers : l'aspect quantitatif, l'aspect qualitatif et le développement de la communication financière et de la bonne gouvernance. Son but ? Prendre en compte la totalité des risques et développer une culture des risques au sein des entités.

Le pilier 1 se divise en deux exigences quantitatives avec d'une part, la mise en place du capital de solvabilité requis (le *Solvency Capital Requirement - SCR)* et d'autre part, le capital minimal requis (le *Minimum Capital Requirement - MCR)*. Le *SCR* est le niveau de capital nécessaire afin de ne pas être en ruine sur un horizon d'un an avec une probabilité de 99,5 % et peut être assimilé au concept de *Value-at-Risk*. Le *MCR* est le niveau de capital minimum que doit détenir l'assureur pour faire face à ses engagements, au risque de se voir retirer son agrément si l'exigence n'est pas respectée. Autrement dit, il s'agit de deux mesures chargées d'assurer un capital suffisant au bon fonctionnement de l'activité de l'assureur.

Cependant, si chacune de ces exigences permettent d'assurer la solvabilité en imposant aux assureurs européens un niveau de fonds propres minimal, force est de constater que cela doit s'accompagner d'une approche qualitative spécifique à chaque entité. C'est en ce sens que la mise en place du dispositif de l'évaluation interne des risques et de la solvabilité (l'*Own Risk and Solvency Assessment - ORSA*) se justifie. Intégré au pilier 2, ce dispositif introduit la fonction de gestion des risques au cœur de la structure organisationnelle et décisionnelle de l'entreprise. L'idée ici est donc de développer au sein des entreprises une politique globale du risque en mettant l'accent sur l'évaluation du profil de risque et sur la mise en place de limites stratégiques. À ce titre, la fonction de pilotage des risques est de plus en plus présente au sein des entités puisqu'elle conduit à fixer le niveau de risque que l'assureur est prêt à prendre et *in fine*, à établir

des mesures quantitatives capables de le gérer. C'est pourquoi, l'*ORSA* est à ce jour la pièce maitresse de la Directive Solvabilité 2 et l'objectif principal des assureurs européens.

Pour ce faire, les autorités recommandent l'utilisation d'une métrique simple et facilement auditable comme la *Value-at-Risk* (*VaR*). Initialement intégrée dans le secteur bancaire, la *VaR* s'est rapidement transposée au monde de l'assurance. Popularisée en 1996 par la banque américaine J.P Morgan à travers son système *RiskMetrics*, elle souffre néanmoins de certaines critiques (mesure de risque non cohérente, pas d'informations sur les queues de distribution, *etc.*). En effet, si elle permet de connaître le montant de la perte maximale que peut faire un investisseur sur son placement, conditionnellement à un niveau de probabilité et à un horizon défini, elle ne donne aucune information concernant le montant de la perte si ce seuil est dépassé. C'est pourquoi, avec l'éclatement de la crise en 2007, les travaux de recherches sur la *VaR* se sont multipliés ainsi que la gestion des risques financiers au sein des institutions financières avec pour conséquence, le déploiement de nouvelles mesures quantitatives.

Sous l'environnement Solvabilité 2, le calcul de la solvabilité se fait à travers une formule standardisée. Mais compte tenu des spécificités de chaque acteur de marché, la mise en place de modèles internes semble être une bonne alternative pour une mesure complète du risque. C'est dans ce contexte que nous mettons en place un modèle d'évaluation du risque de crédit sur le portefeuille financier de Groupama Paris Val de Loire. Pour ce faire, nous optons pour une approche globale de la *Value-at-Risk*, c'est-à-dire en s'intéressant à la fois aux différentes méthodes d'estimation de la *VaR* et à leurs caractéristiques et, à la fois, à plusieurs modèles de *VaR* (*Conditional VaR*, *CreditMetrics*, *etc.*).

Dans le premier chapitre, nous nous intéressons aux évolutions règlementaires du secteur assurantiel avec une présentation de la nouvelle réforme. Ainsi, nous exposerons la Directive Solvabilité 2 en mettant l'accent sur ses enjeux et ses impacts sur les activités des assureurs européens. Dans un second temps, nous mènerons notre étude sur le dispositif *ORSA*, partie intégrante de l'environnement Solvabilité 2. L'idée est de présenter ici les deux visions de la réforme : une vision globale de la gestion des risques appliquée aux assureurs européens et une vision spécifique au profil de risque de l'entité.

Dans un troisième chapitre, nous nous concentrerons sur le thème de cet écrit : les risques financiers. En effet, leur gestion passe avant tout par une bonne identification et une bonne compréhension de ceux-ci. Cela permettra avant tout d'introduire le concept de la valeur en risque (*Chapitre 4*) et à l'implémentation du modèle quantitatif choisi (*Chapitre 5*). Plus précisément, il s'agira de présenter en détails le concept de la *VaR* et les modèles d'estimation associés dans le but de définir *in fine*, quel sera le modèle quantitatif à implémenter.

Chapitre 1

L'environnement Solvabilité 2

Dans la lignée de Bâle 2, Solvabilité 2 est une réforme à l'échelle européenne de la règlementation prudentielle applicable au secteur de l'assurance. Son objectif est d'inciter les compagnies d'assurances à une meilleure évaluation de leurs risques, en imposant des exigences quantitatives et qualitatives. Sous ce cadre, les assureurs sont amenés à déterminer le montant de capital nécessaire pour faire face à une éventuelle ruine avec un seuil de probabilité de 99,5%. Plusieurs fois reportée, sa date d'entrée en vigueur est actuellement fixée au 1er janvier 2016.

Dans ce chapitre, nous présentons de manière générale la réforme Solvabilité 2 et ses apports au secteur de l'assurance. Dans un second temps, nous nous intéressons aux exigences en capital minimum imposées et à leurs méthodes de calcul. Puis, en fin de chapitre, nous introduirons le concept de tests de résistance (*stress-tests*) avec en appui, les résultats de l'impact de ces scénarii sur les taux de couverture (SCR et MCR) de Groupama Paris Val de Loire.

1.1 Solvabilité 2 : nouveau cadre règlementaire des assureurs européens

Dans cette section, nous nous intéressons au cadre règlementaire de la réforme ainsi qu'aux objectifs attendus. Puis, dans un second temps, nous détaillerons la structure en piliers de la réforme qui n'est pas sans rappeler celle de la réforme bancaire Bâle 2.

1.1.1 Mise en place et objectifs de la réforme

En effet, un parallèle peut être fait entre la réforme Bâle 2 et la présente puisque Solvabilité 2 contribue à la création d'une situation équitable et harmonieuse au niveau européen en imposant des exigences règlementaires et ce, dans le but d'orienter les assureurs vers une meilleure allocation du capital.

L'émergence de ces nouvelles contraintes dans les domaines économiques conduit les régulateurs à mettre en place de nouveaux dispositifs capables de contrôler efficacement les marchés tout en se souciant de maintenir un cadre respectueux du droit communautaire. C'est pourquoi la démarche utilisée par l'Autorité Européenne des Assurances et des Pensions Professionnelles (*the European Insurance and Occupational Pensions Authority - EIOPA*) suit un modèle dit de « Lamfalussy » [**27**].

L'architecture décisionnelle de ce processus se divise en quatre niveaux et représente une part essentielle du plan d'action destiné aux services financiers. Cette approche permet avant tout de rester en coordination avec les évolutions du secteur de l'assurance, mais également de prendre en compte le progrès technique et d'évoluer avec la réglementation comptable (passage en normes IFRS).

Cadre 1 : l'approche de Lamfalussy

Directive de niveau 1 : élaboration de la législation
Le cadre législatif est proposé par la Commission Européenne et, selon le principe de codécision, il est adopté à la fois par le Conseil de l'Union Européenne et à la fois par le Parlement Européen. Cette Directive donne les principes directeurs de la réglementation.

Directive de niveau 2 : élaboration des mesures d'exécution
Phase de mise en place de la règlementation et de développement des aspects techniques par l'*EIOPA* après consultation des pays membres.

Directive de niveau 3 : coopération des régulateurs
Le but ici est d'éviter l'apparition de divergences entre les pays membres de l'Union Européenne. Les régulateurs proposent donc des mesures favorables à la convergence des recommandations en matière de gestion des risques et assurent ainsi une interprétation cohérente de la Directive de niveau 1 et des mesures d'exécution de niveau 2.

Directive de niveau 4 : contrôle du respect du droit
Vérifications par la Commission Européenne de la conformité des règlementations. De plus, la Commission s'assure de la mise en place effective de la législation et prend des mesures nécessaires à l'égard des pays qui n'appliquent pas la règlementation.

Cette approche tire son nom d'Alexandre Lamfalussy qui a présidé le Comité Consultatif en 2001 dont les travaux avaient pour but d'améliorer la régulation des marchés financiers.

En fait, il ne s'agit donc pas seulement ici d'une approche quantitative. En effet, le niveau de capital requis ne peut se substituer à une bonne connaissance des risques et aucune mesure ou modèle ne suffit à traiter l'ensemble des expositions aux risques dont les assureurs font face. C'est pourquoi, la Directive a également pour but de :

- améliorer la compétitivité entre les assureurs européens et d'encourager une allocation des fonds propres par rapport au risque grâce notamment, à une meilleure évaluation et une meilleure connaissance des risques financiers ;
- prendre en compte tous les risques susceptibles d'affecter la solvabilité et de mettre en place des outils internes en responsabilisant les assureurs à la bonne gestion des risques ;
- implémenter un cadre permettant d'une part, l'évaluation du bilan assurantiel en valeur de marché et d'autre part, la modélisation du besoin de capital par une approche plus fine.

Contrairement au bilan sous Solvabilité 1 répondant aux principes de la comptabilité générale, le bilan de Solvabilité 2 favorise la vision économique. Autrement dit, les actifs sont évalués par rapport à la norme IFRS, dite de juste valeur (*i.e. fair value*). L'actif est alors inscrit à sa valeur de marché afin de tenir compte de la valorisation des plus-values latentes et les provisions techniques sont calculées au *best estimate* auxquelles on ajoute une marge de risque.

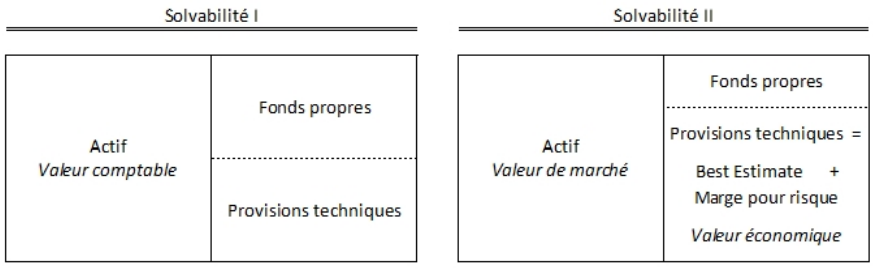

FIGURE 1.1 – Evolution du bilan sous Solvabilité 1 vers Solvabilité 2

Cette notion de *best estimate* fait référence à la somme de la meilleure estimation des flux futurs de trésorerie actualisés au taux sans risque et correspond en d'autres termes, à la meilleure prévision possible du montant des provisions nécessaires au respect des engagements de l'entreprise. La marge pour risque, quant à elle, répond à une garantie supplémentaire vis-à-vis des assurés et sert à couvrir les frais d'immobilisation du capital de solvabilité (pour les emprunts par exemple).

Cette Directive s'inspire directement de ce qui est actuellement fait dans le secteur bancaire. En effet depuis 1998, le Comité de Bâle met en place des mesures prudentielles et met l'accent sur le niveau de fonds propres détenus par les banques (ratio Cooke et ratio MacDonough). À l'instar des travaux de Bâle 2, une approche par piliers est également retenue pour Solvabilité 2.

1.1.2 La structure en trois piliers de la régulation prudentielle

Solvabilité 2 offre un cadre prudentiel aux compagnies d'assurances sur la base d'une structure en 3 piliers : les exigences quantitatives, les exigences qualitatives et l'exigence d'information envers les autorités. Intéressons-nous à présent en détails à cette structure, comparable à la réforme bancaire Bâle 2.

Le pilier 1 : exigences quantitatives – Modélisation des risques

Le premier pilier a pour objectif de définir les exigences quantitatives relatives au calcul de fonds propres et de provisions techniques. Ces seuils permettent d'assurer la solvabilité en imposant un niveau de fonds propres minimum. Deux niveaux de seuils sont alors définis :

- le capital de solvabilité requis (*Solvency Capital Requirement - SCR*) représente l'exigence de capital permettant d'assurer la solvabilité de la compagnie d'assurance. En d'autres termes, à partir du moment où l'assureur ne couvrira plus son *SCR*, les autorités de contrôle devront établir un plan de redressement pour que l'entité réajuste son taux de couverture ;
- l'exigence en capital minimum (*Minimum Capital Requirement - MCR*) correspond au niveau minimum de fonds propres que la firme doit détenir en permanence. Il a pour rôle d'absorber les chocs relatifs à des évènements imprévus. De fait, au-dessous de ce seuil, l'intervention du superviseur sera systématique et il pourra décider de retirer ou non l'agrément de l'assureur voire, de le placer sous tutelle.

Ces exigences sont donc un encouragement au renforcement de la connaissance et de la maitrise des risques encourus et permettent avant tout d'inciter les assureurs à diversifier leurs risques au sein du portefeuille voire, de redéfinir leur système de réassurance. Une meilleure allocation du capital et un meilleur modèle économique pourront alors être atteints.

Le pilier 2 : exigences qualitatives – Maitrise des risques et gouvernance

Ce pilier s'intéresse principalement aux normes qualitatives de la Directive et insiste sur la mise en place de contrôles permanents et d'un système de gouvernance des risques et de comitologie. Le but est ici d'évaluer le besoin global de solvabilité de l'entreprise. Pour répondre à ces problématiques, les autorités

ont mis à la disposition des assureurs et des réassureurs un dispositif d'évaluation interne des risques, appelé également *Own Risk and Solvency Assessment* (*ORSA*). L'idée ici est de permettre aux assureurs d'évaluer leur solvabilité et leur système de gestion des risques par une démarche propre à chaque entité. De ce fait, les compagnies améliorent leurs outils de gestion en optimisant leurs processus de contrôles et en développant une cartographie plus précise des risques.

Le pilier 3 : diffusion de l'information et *reporting* règlementaire

Le dernier pilier met l'accent sur l'information financière et sur sa communication. Les compagnies d'assurances et de réassurances auront des obligations de *reporting* vis-à-vis du superviseur. Ce dernier pourra alors apprécier d'une manière plus efficace la nécessité ou non de mettre en place des capitaux supplémentaires et s'assurer de la bonne gestion de l'entreprise.

TABLE 1.1 – La structure en 3 piliers de Solvabilité 2

Solvabilité 2		
Exigences quantitatives	***Exigences qualitatives***	***Diffusion de l'information***
Modélisation des risques	*Gouvernance*	*Transparence financière*
Calcul du SCR - MCR	*ORSA*	*Rédaction de reportings*
Calcul des provisions techniques	*Contrôle interne*	

La section suivante présente en détails les exigences en capitaux règlementaires propres au pilier 1. Nous montrerons ainsi comment ces mesures permettent d'assurer la solvabilité d'une assurance et quels bénéfices en tirent les entités.

1.2 Les exigences en capital règlementaire

On s'intéresse ici à la relation existante entre le niveau de capital et la solvabilité de l'assureur. Les besoins en capitaux sont définis par les régulateurs et sont représentatifs du niveau minimal de fonds propres que les compagnies d'assurances doivent détenir afin de respecter leurs engagements face aux assurés et donc, de ne pas être en ruine.

Comme nous venons de le voir, l'approche actuelle menée par Solvabilité 2 est fondée sur deux exigences quantitatives : le *Solvency Capital Requirement* (*SCR*) et le *Minimum Capital Requirement* (*MCR*) [**1**].

1.2.1 Le capital de solvabilité requis

Le capital de solvabilité requis (*Solvency Capital Requirement*) est le niveau de capital permettant à l'assureur de ne pas être en ruine sur un horizon d'un

an avec une probabilité de 99,5%, soit l'équivalent d'une faillite tous les deux cent ans. En d'autres termes, les assureurs doivent disposer de suffisamment de fonds propres et de plus-values latentes sur leurs placements financiers pour répondre aux exigences de solvabilité et ainsi faire face à leurs engagements. Rappelons qu'en cas de non-respect, le superviseur mettra en place un plan de redressement pour que l'organisme ajuste son *SCR*.

L'idée sous-jacente ici est que tous les risques quantifiables et potentiellement importants doivent être pris en compte puisqu'ils sont susceptibles de jouer sur la solvabilité de l'entreprise. En d'autres termes, cette contrainte est fondée sur le profil de risque de l'entreprise et joue le rôle de filet de sécurité. Mathématiquement, on définit le *SCR* comme étant le niveau de fonds propres minimal devant être détenu et répondant à la contrainte suivante :

$$P(FP < 0) \leq 0,5 \tag{1.1}$$

où P est la probabilité compris dans l'intervalle [0 ;1] et FP le niveau de fonds propres.

Du fait que l'on soit en présence d'un quantile à 0,5%, le *Solvency Capital Requirement* revient à calculer une *Value-at-Risk* sur un niveau de capital règlementaire et il peut être vu comme la variation des éléments éligibles suite à l'apparition d'un scénario extrême, sur un horizon d'un an et pour un seuil de risque fixé à 0,5%. Pour ce faire, les autorités proposent aux assureurs une formule uniformisée et adaptée à tous : la Formule Standard. Néanmoins, l'utilisation de modèles internes semble être une alternative intéressante à la gestion du risque de solvabilité, puisqu'ils permettent *a priori*, la mise en place de méthodes plus spécifiques à l'entreprise.

La structure du calcul du *SCR* en Formule Standard

Afin que les compagnies d'assurances et de réassurances soient en mesure d'évaluer leur niveau de capital économique, il est apparu nécessaire aux yeux des autorités d'établir une Formule Standard pour le calcul du *SCR*. Cette méthode uniformisée est donc destinée à l'ensemble des assureurs européens.

Sa structure est de forme modulaire, c'est-à-dire que la perte potentielle subie est calculée selon six types de risques, eux-mêmes subdivisés en une trentaine de facteurs de risque. En d'autres termes, pour obtenir le *Solvency Capital Requirement* global, il suffit d'agréger les *SCR* indexés aux différentes classes de risques. De plus, les évènements appartenant à l'une des classes peuvent être plus ou moins liés à d'autres facteurs. C'est pourquoi cette méthode introduit des corrélations entre ces facteurs laissant apparaître *in fine*, un bonus à la diversification et une meilleure estimation du risque. Finalement, cette décomposition en modules offre une approche globale des risques et permet avant tout d'être exhaustive vis-à-vis des risques encourus par l'assureur.

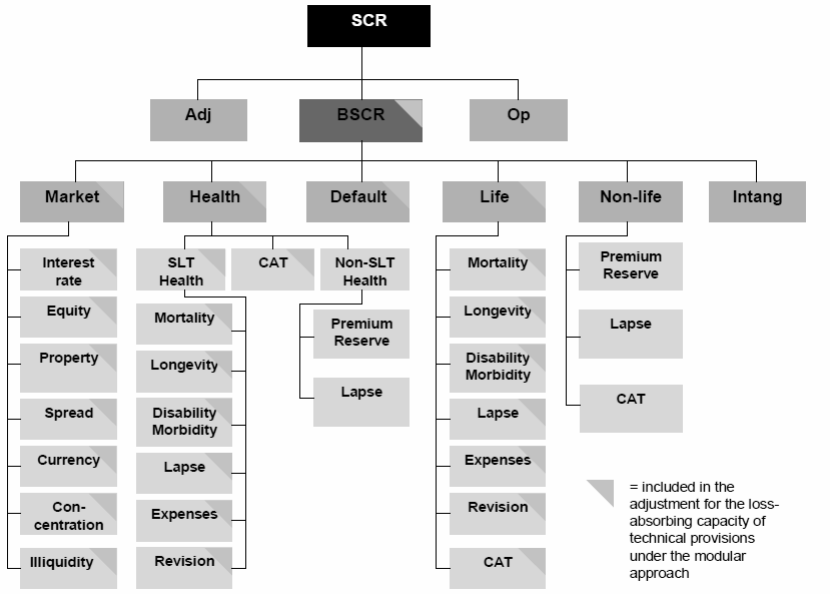

FIGURE 1.2 – La structure modulaire du *SCR* (*CEIOPS*) [**1**]

Formellement, le *Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors* (*CEIOPS*) et l'*EIOPA* ont défini le calcul de la Formule Standard du *Solvency Capital Requirement* comme suit :

$$SCR = BSCR + Adj + SCR_{op} \tag{1.2}$$

Le *SCR* n'est rien d'autre que l'addition du *SCR* de base, appelé le *Basic Solvency Capital Requirement* (*i*), de la capacité d'absorption par l'impôt (*ii*) et du risque opérationnel (*iii*).

(*i*) le *Basic Solvency Capital Requirement* (*BSCR*) peut s'écrire comme étant la somme des *Solvency Capital Requirement* indéxés avant tout ajustement et hormis le risque opérationnel. Autrement dit, on associe au calcul du *BSCR* celui des *SCR* pour chacune des catégories de risques auxquelles il faut affecter des coefficients de corrélations.

$$BSCR = \sqrt{\sum_{ij}^{6} Corr_{ij} \times SCR_i \times SCR_j} \tag{1.3}$$

où i et j représentent un risque parmi les six types de risque pris en compte dans le calcul du *BSCR* (*i.e.* risque de marché, de défaut, *etc.*).

Calculer le *BSCR* implique donc de tenir compte des liens de corrélations entre les modules. À cet égard, le régulateur a fourni une matrice de corrélations pour chaque type de risque et chaque ligne d'activité (*Line of Business - LoB*). Ces matrices sont consultables en *Annexes* de cet écrit. Ainsi, par exemple, pour calculer le *SCR* de marché, il faut tenir compte des facteurs de risque qui le compose (taux d'intérêt, actions, écart des taux actuariels, *etc.*) en fonction de la matrice de corrélations associée.

Pour résumer, le calcul du *BSCR* dans un premier temps ainsi que le calcul du *SCR* dans un second temps, obligent à utiliser ces matrices de corrélations (marché, défaut, vie, non-vie et santé) tout en prenant compte de la trentaine de facteurs de risque.

TABLE 1.2 – Matrice de corrélations pour le calcul du *SCR*

	Marché	Défaut	Vie	Santé	Non-vie
Marché	1	0,25	0,25	0,25	0,25
Défaut	0,25	1	0,25	0,25	0,50
Vie	0,25	0,25	1	0,25	0
Santé	0,25	0,25	0,25	1	0
Non-vie	0,25	0,50	0	0	1

TABLE 1.3 – Matrice de corrélations pour le calcul du SCR de marché

	Taux d'intérêt	Actions	Immobilier	Taux	Change
Taux d'intérêt	1	0	0,50	0,25	0,25
Actions	0	1	0,75	0,25	0,25
Immobilier	0,50	0,75	1	0,25	0,25
Taux	0,25	0,25	0,25	1	0,25
Change	0,25	0,25	0,25	0,25	1

(*ii*) l'ajustement de la capacité d'absorption des pertes par les provisions techniques et les impôts différés met en exergue le potentiel de la compagnie à compenser les pertes inattendues suite à une baisse du montant des provisions techniques. Intuitivement, cela revient à penser que la valeur de cet ajustement ne doit pas être négatif.

(*iii*) le risque opérationnel est le risque lié à une inadaptation voire à une défaillance imputable aux systèmes internes, aux procédures voire au personnel lui-même. Ce risque inclut donc tous les risques légaux mais exclut cependant tous les risques pris par des décisions stratégiques. De plus, le risque opérationnel tient compte des évènements extérieurs, y compris ceux à probabilité faible mais dont le risque de pertes est élevé.

En exemple, citons la fraude à l'assurance par un client, le non-respect des règles de souscription, le piratage et l'intrusion des systèmes informatiques, *etc.*

Enfin, il faut noter que la contribution du *Solvency Capital Requirement* est différente selon la nature de l'assurance (assurance vie ou assurance non-vie). Par exemple, pour les organismes IARD, le risque de catastrophe est bien plus élevé qu'en santé. À l'inverse, un organisme d'assurance vie s'expose à davantage de risque de souscription santé. C'est pourquoi, la répartition des *SCR* relatifs à chaque type de risque sera automatiquement différente selon les activités commerciales de l'assureur.

Calcul du capital de solvabilité requis avec un modèle interne

La deuxième façon de calculer le *SCR* est d'utiliser un modèle interne (partiel ou intégral) développé par l'assureur. Cette méthode offre la possibilité d'évaluer le niveau de capital avec un regard direct sur les risques effectivement portés par la compagnie, mais nécessite une modélisation plus fine des variables pouvant impacter la solvabilité. Pour ce faire et afin de s'assurer d'un niveau de protection suffisant, les modèles internes sont soumis à l'approbation des superviseurs. En pratique, pour éviter la ruine sur un horizon d'un an avec une probabilité supérieure à 99,5%, le modèle interne doit permettre l'évaluation de la loi de distribution de la situation nette globale de la compagnie. La méthode la plus répandue pour calculer cette dernière consisterait alors à générer des simulations de Monte-Carlo. Ce procédé permet de modéliser des scénarii (évolution des actifs financiers, sinistralité, *etc.*) en modifiant les probabilités de survenance.

Néanmoins, ce type de calcul présente quelques inconvénients : sa mise en œuvre tout d'abord, puisque cette méthode engendre la multiplication des opérations (calculs stochastiques dans des calculs stochastiques) et nécessite un temps de traitement important. De plus, la modélisation d'un tel quantile (à 99,5%) dirige les praticiens à se tourner vers des méthodes de la théorie des extrêmes, utilisant les données de queue. L'autre inconvénient concerne alors la robustesse de ces données puisque celles-ci seront simulées et non observées (si c'était le cas, l'assureur aurait donc fait faillite).

Enfin, l'utilisation d'une telle démarche peut exposer l'assureur à des risques qu'il est nécessaire de maitriser tel que le risque de modèle ou le risque d'estimation par exemple. Ces différentes méthodologies sont testées par les entreprises afin de juger celles qui les satisfait le mieux. Une première piste est l'utilisation de modèles internes partiels qui permettent de se focaliser sur des risques identifiés et déjà maîtrisés, voire sur des risques spécifiques à l'assureur (récoltes, *etc.*), ou bien sur des risques où la Formule Standard parait inadaptée. De toute évidence, une harmonisation à l'échelle européenne de ces méthodes paraît indispensable à ce jour, au risque de voir se créer des distorsions de concurrence entre entités.

1.2.2 Le minimum de capital requis

Le minimum de capital requis (*Minimum Capital Requirement - MCR*) est le niveau minimum absolu de fonds propres que doit détenir l'assureur. Sous ce filet de sécurité, l'intervention de l'autorité de contrôle sera automatique et ce dernier pourra *in fine*, décider de retirer ou non l'agrément de la compagnie. Ce seuil peut également être assimilé à une *Value-at-Risk* estimée sur un horizon d'un an mais avec cette fois un intervalle de confiance de 15%. Pour faciliter sa mise en place et son bon suivi, les autorités l'ont voulu simple, robuste et facilement auditable. Cependant, alors qu'une compagnie d'assurance est en mesure d'apporter de l'information sur son *SCR* en le calculant soit *via* la Formule Standard, soit *via* un modèle interne, le calcul du *Minimum Capital Requirement* nécessite le calcul des deux à la suite.

En effet, le *MCR* repose sur un calcul linéaire et est fonction du niveau des primes annuelles, du niveau de provisions techniques et des capitaux sous risque (pour les assurances vie seulement). Le calcul est borné entre un seuil plafond de 45% et un seuil plancher fixé à 25% du *SCR*. On peut alors calculer le *MCR* comme étant la composante de deux éléments qu'il convient de distinguer : le *MCR* des activités vie et le *MCR* relatif aux activités non-vie.

$$MCR_{lineaire} = MCR_{nvie} + MCR_{vie} \tag{1.4}$$

Par ailleurs, le *MCR* combiné s'apparente au *MCR* de l'établissement et correspond à une formule linéaire bornée entre un seuil plancher (*Absolute floor MCR - AMCR*) et un seuil plafond. Il est seulement une étape intermédiaire pour permettre le calcul et l'obtention du *MCR*.

$$MCR_{combine} = \{min[max(MCR_{lineaire}; 0,25 \times SCR); 0,45 \times SCR]\} \tag{1.5}$$

Pour résumer, le calcul du niveau minimal de fonds propres s'effectue en trois étapes :

- utilisation d'une formule linéaire, voulue simple et facilement contrôlable, qui tient compte du niveau des primes et des provisions techniques ;
- pour que le niveau des fonds propres soit compris dans l'intervalle 25% et 45% du *SCR*, un retraitement est fait du $MCR_{lineaire}$. Cela permet d'obtenir *in fine*, le $MCR_{combine}$;
- mise en place d'un plancher absolu (*AMCR*) et déduction du *MCR via* la formule suivante :

$$MCR = max\{MCR_{combine}; AMCR\} \tag{1.6}$$

Nous venons de voir comment les mesures quantitatives présentées ci-dessus permettaient de gérer le risque de solvabilité des compagnies d'assurances. Cependant, si celles-ci permettent d'établir un constat sur le taux de couverture de l'entité, elles ne permettent pas, outres mesures, d'avoir une vision prospective du risque. C'est en ce sens que la mise en place de *stress-tests* se justifie.

Dans la section suivante, nous proposons de faire une présentation succinte de ces simulations ainsi qu'une présentation de deux cas concrets de ce qui est fait au sein de l'entité Groupama Paris Val de Loire.

1.3 Les tests de resistance

La mise en œuvre de tests de resistance (*stress-tests*) vient en complément des exigences quantitatives imposées par Solvabilité 2. Ces scénarii sous stress permettent de modéliser des projections en situation adverse et ce, en fonction de plusieurs facteurs de risque pouvant avoir des conséquences substantielles sur la solvabilité de l'entreprise. En d'autres termes, les *stress-tests* permettent de mesurer de façon *ad-hoc*, la sensibilité des risques (marché, crédit, climatiques et opérationnel) en fonction de la réalisation probable d'une situation adverse extrême. De cette manière, les risques extrêmes peuvent être quantifiés favorisant ainsi d'une part, la prise en compte du risque systémique et d'autre part, la compréhension globale des risques. Finalement, c'est le profil de risque global de l'entreprise qui est identifié. Ce processus est donc un bon complément aux calculs du *SCR* et du *MCR*. Pour ce faire, les régulateurs proposent de s'inspirer d'évènements extrêmes déjà réalisés ou de s'appuyer sur des scénarios prospectifs. Le but principal étant ici d'identifier l'impact sur les éléments éligibles au calcul du *SCR* et *in fine*, d'évaluer la capacité d'absorption des chocs de la firme.

Pour mieux comprendre l'intérêt de ces simulations, nous présentons les résultats de deux *stress-tests* réalisés par le Groupe Groupama sur le portefeuille de l'entité Groupama Paris Val de Loire. Nous avons fait le choix ici de présenter un scénario adverse relatif aux risques financiers et un autre relatif aux risques climatiques. Notons par ailleurs que nous ne présenterons pas les détails de ces calculs, mais la simple observation de ces résultats permettent de comprendre l'intérêt des exigences en capital imposées par Solvabilité 2 et justifie finalement la nécessité de mettre en place une vision prospective du risque dans la gestion du risque de solvabilité.

1.3.1 Exemple N° 1 : tests de résistance aux aléas financiers

Les calibrations proposées par l'*EIOPA* pour les *stress-tests* financiers sont présentées dans la *Table 1.4*. Celles-ci se veulent particulièrement sévères et concernent toutes les classes d'actifs. En effet, l'intérêt ici est donc de simuler une situation extrême (dont l'éventualité ne peut être réellement isolée) afin d'estimer l'impact sur le ratio de couverture. Compte tenu des calibrations voulues par l'*EIOPA*, nous constatons que le test a un impact significatif sur le ratio de couverture de la compagnie. En effet, le ratio de couverture du *SCR* perd 115%, passant de 326% à 211% ; tandis que le taux de couverture du *MCR* perd plus de 380%. Cette forte baisse s'explique notamment par des exigences en capital minimum (*MCR*) d'un montant plus faible, ce qui se répercute au-

tomatiquement par un impact plus conséquent que sur le *SCR*, qui lui a des exigences en capital plus importantes.

TABLE 1.4 – Calibrage des tests de résistance aux aléas financiers

Stress-tests financiers	Calibrage
Actions	-21%
Immobilier commercial	-18%
Immobilier résidentiel	-16%
Taux 1 an/5 ans/10 ans/15 ans	36/62/81/86 bp
Obligations souveraines françaises	38 bp
Obligations souveraines italiennes	90 bp
Obligations souveraines espagnoles	65 bp
Obligations fi. A/BBB/BB/B/non noté	206/262/292/315/328 bp
Obligations fi. A/BBB/BB/B/non noté	134/169/190/219/231 bp

TABLE 1.5 – Résultats des tests de résistance financiers - Taux de couverture du *SCR*

Au 31/12/2013 (en M€)	Exigences en capital	Eléments éligibles	Ratio de couverture
Situation initiale	147,2	480,0	326%
Situation après *stress-tests* financiers	141,6	299,5	211%

TABLE 1.6 – Résultats des tests de résistance financiers - Taux de couverture du *MCR*

Au 31/12/2013 (en M€)	Exigences en capital	Eléments éligibles	Ratio de couverture
Situation initiale	49,7	480,0	965%
Situation après *stress-tests* financiers	49,4	288,9	585%

1.3.2 Exemple N° 2 : tests de résistance aux aléas climatiques

Ces vingt dernières années, différents évènements climatiques défavorables ont été recensés. C'est donc à partir de là que deux scénarii ont pu être modélisés afin de tenir compte à la fois de phénomènes réguliers (*i.e.* grêles, orages) et, à la fois, de phénomènes plus substantiels (*i.e.* tempêtes, catastrophes naturelles).

Le Groupe a donc généré dans un premier temps un scénario A correspondant au cumul des évènements de type tempête ou grêle (2013) auxquels sont

ajoutés les évènements climatiques avec dégâts sur les récoltes (2013) ainsi que des catastrophes naturelles observées (2003). Dans un second temps, un scénario B reprend le scénario A auxquels on ajoute les tempêtes de décembre 1999 (appelées Lothar et Martin). Les informations financières relatives à chacun de ces scénarii et les résultats se trouvent en *Annexes*. Ces résultats montrent que les *stress-tests* climatiques ont un impact plus limité sur les taux de couverture de l'entité. Cela pourrait s'expliquer notamment par la mise en place de protections (dispositif de réassurance, diversification, *etc.*) et donc, par une plus faible exposition à ce risque. Si l'on se tient aux deux exemples présentés ci-dessus, la simulation la plus défavorable s'avère être le scénario financier puisqu'ils simulent des chocs prenant en compte la baisse de la valeur des actions (-21%), de l'immobilier ($16 \sim 18\%$) mais également une baisse des taux et une légère hausse des *spreads*. Bien qu'intuitif, on constate également que l'impact sur le *MCR* est plus important que sur le *SCR* puisque le montant d'exigences en capital minimum est plus faible.

Finalement, ces résultats montrent avant tout que les *stress-tests* peuvent être de bons indicateurs de la solidité financière puisqu'ils mettent en exergue les impacts sur la solvabilité de la survenance d'évènements externes, qu'ils soient financiers, climatiques ou opérationnels.

Nous venons de voir que la refonte du secteur de l'assurance avec l'environnement Solvabilité 2 est un enjeu de taille. Cette réforme harmonisée à l'ensemble des acteurs européens tente de généraliser la notion de *fair-value* et souhaite placer la gestion des risques au cœur des discussions en mettant l'accent sur trois points : la mise en place de capitaux règlementaires, une meilleure connaissance des risques et la mise à plat des exigences en termes d'informations financières et de communication.

Pour autant, si la mise en place de ces mesures demande une importante charge de travail, les assureurs tirent de réels bénéfices en dehors de la seule conformité prudentielle. En effet, des évolutions substantielles sont à attendre dans la gestion actif/passif (*Asset Liabilities Management - ALM*), dans la tarification (meilleures évaluations), la gouvernance (développement de la politique de risque) ainsi que dans la gestion des risques (mise en place d'indicateurs, de mesures quantitatives, *etc.*). Par exemple, la seule utilisation de *stress-tests* apporte une réelle contribution à l'identification des risques et à celle de la sensibilité face au risque. De plus, la mise en place du dispositif de l'*Own Risk and Solvency Assessment* (*ORSA*) génère un vrai travail de fond concernant le pilotage et l'évaluation des risques auxquels les compagnies d'assurances s'exposent.

Le chapitre suivant traite de ce sujet et met en lumière les principes du dispositif en introduisant la notion de *risk appetite*. Nous verrons alors, l'intérêt de mettre en place un tel dispositif au sein d'une compagnie d'assurance et les bénéfices qu'elle peut en tirer. À cela s'ajoutera une description succincte de la politique de risques de l'assureur Groupama Paris Val de Loire.

Chapitre 2

Le dispositif d'évaluation interne des risques

Ces dernières années, les assureurs se sont intéressés aux travaux du pilier 1 et au développement des outils de modélisation et de calcul des capitaux réglementaires. Mais aujourd'hui, en demandant aux assureurs la mise en place d'un système de gestion des risques capable de préserver leur solvabilité sur un horizon de long terme, le dispositif d'évaluation interne des risques et de la solvabilité ou *Own Risk and Solvency Assessment* (*ORSA*) est devenu le centre des travaux sous Solvabilité 2 ainsi que l'objectif principal des compagnies d'assurances. De fait, pour amener les assureurs à mieux piloter leur risque, la Directive propose de nouvelles mesures relatives au contrôle interne, à l'audit interne et aux services de gestion des risques dans le but d'industrialiser et de sécuriser les processus quantitatifs. L'ensemble des praticiens est donc ici concerné et pour les compagnies de petite et de moyenne taille, il s'agit d'un réel défi à relever. Ce chapitre présente dans un premier temps l'aspect théorique du dispositif d'évaluation interne des risques et sa place au sein de Solvabilité 2 puis, dans un second temps nous nous interesserons à la politique de risque de l'assureur Groupama Paris Val de Loire.

2.1 Définition et objectifs

Tout d'abord, il s'agit d'apporter une définition au dispositif d'évaluation interne des risques et de la solvabilité. Cette section est consacrée à la description de l'*ORSA* et met en lumière sa place au centre de la réforme Solvabilité 2.

2.1.1 Présentation du dispositif d'évaluation interne des risques et de la solvabilité

L'*ORSA*, pour *Own Risk and Solvency Assessment* ou évaluation interne des risques et de la solvabilité, fait référence à l'*article 45* de la Directive Solvabilité 2 [**37**] et est définit comme suit :

> *« Dans le cadre de son système de gestion des risques, chaque entreprise d'assurance et de réassurance procède à une évaluation interne des risques et de la solvabilité ».*

Autrement dit, l'*ORSA* est un ensemble de procédures internes désigné comme étant un outil d'analyse décisionnelle et stratégique dans le but d'évaluer de manière continue et prospective, le besoin global de solvabilité d'une compagnie d'assurance et ce, en tenant compte des risques spécifiques de cette entreprise.

De plus, il est indiqué que les assureurs doivent être capables de démontrer aux autorités de contrôle qu'ils sont en mesure d'évaluer leur solvabilité, c'est-à-dire leur besoin en fonds propres nécessaire pour faire face aux risques futurs et donc, de garantir avec un niveau de probabilité de 99,5%, la solvabilité de la compagnie d'assurance sur un horizon d'un an. Sous ces conditions, il est alors demandé aux assureurs de :

- évaluer le besoin global de solvabilité de l'entreprise ;
- évaluer leur conformité règlementaire concernant la couverture du *Solvency Capital Requirement* et celle du *Minimum Capital Requirement* ainsi que les exigences relatives au calcul des provisions techniques ;
- savoir si tous les risques quantifiables et importants sont soumis au calcul du *SCR*. C'est-à-dire, être capable d'évaluer si le profil de risque de l'assureur s'éloigne ou non des hypothèses adossées au calcul du *SCR*.

L'*ORSA* permet alors d'évaluer le système de gouvernance et de maîtrise des risques de l'entreprise qui devra procéder à sa propre évaluation interne des risques et de la solvabilité. En effet, si le calcul du *Solvency Capital Requirement* est déterminé selon des risques quantifiables et identifiés, force est de constater que chaque entreprise possède un profil de risque bien spécifique. Il est alors de mise d'adapter le calcul d'exigences en capital. C'est pourquoi, l'*European Insurance and Occupational Pensions Authority* (*EIOPA*) a trouvé nécessaire que les assureurs montrent qu'ils assimilent et évaluent parfaitement leur exposition au risque et que cette dernière est bien prise en compte dans la gouvernance et la gestion de l'entreprise. C'est donc à juste titre que l'évaluation interne des risques et de solvabilité est considérée à ce jour comme étant la pièce maîtresse de la réforme, puisqu'il concilie à la fois le pilier 1 et les aspects quantitatifs qui y sont associés et à la fois, le volet qualitatif du pilier 2.

Notons que la mise en place de *reportings* fait intervenir le troisième pilier de la structure de Solvabilité 2 et apparaît aujourd'hui essentielle dans le maintien de

la relation de confiance entre les assureurs et les autorités. En effet, la qualité des données et celle de l'information financière sont considérées comme indispensables pour la sécurité financière au moment où le *reporting* semble être le moyen le plus efficace pour analyser la solvabilité de l'entreprise.

De fait, sous Solvabilité 2 et le dispositif *ORSA*, le processus d'arrêté des comptes est profondément revu. En effet, par le passé, la solvabilité de l'assureur découlait de l'arrêté comptable mais aujourd'hui, la nouvelle Directive impose de fixer au préalable les exigences règlementaires et de définir les fonds propres éligibles pour obtenir, *in fine*, le niveau de solvabilité. Maintenant que nous venons de voir les objectifs du dispositif, intéressons-nous à présent aux principes de l'*ORSA* et à ses impacts sur l'entreprise.

2.1.2 Les préceptes du dispositif d'évaluation interne des risques

Le pilotage des risques a un rôle essentiel au sein du dispositif. En effet, alors que l'environnement Solvabilité 2 se veut harmonieux pour l'ensemble des assureurs européens, le dispositif *ORSA* s'oriente quant à lui de façon spécifique vers les compagnies d'assurances et se veut piloté par les directions concernées de l'entreprise. C'est pourquoi, ce mécanisme répond à plusieurs préceptes qui sont les suivants :

Spécificité des risques

Comme son nom l'indique, l'*ORSA* a pour vocation l'évaluation de la solvabilité de l'entreprise et doit, de fait, être fondé sur les spécificités du profil de risque de l'assureur, être fonction de sa tolérance au risque et doit enfin pouvoir tenir compte des projections sur le moyen terme. Cependant, le calcul du *SCR* en Formule Standard ne couvre pas tous les risques matériels relatifs aux activités spécifiques des entités, cette exigence pourrait alors ne pas être suffisante. C'est pourquoi vont s'ajouter aux exigences en capital calculées en Formule Standard, des modèles internes adaptés spécifiquement aux compagnies d'assurances.

Vision prospective des risques

Le besoin global de solvabilité intègre une dimension prospective exprimée comme étant le niveau de fonds propres à détenir assurant un ratio de solvabilité supérieur à un seuil après réalisation de *stress-tests*. Sous cette approche, il faut distinguer l'horizon de court terme qui correspond au « capital *ORSA* » et l'horizon de moyen terme relatif aux projections du ratio de solvabilité. Ainsi, sur l'horizon de court terme, le calcul du capital *ORSA* se fait simplement par le biais de simulations en situation adverse et établit le montant de fonds propres à détenir.

Quant à la vision prospective à moyen terme, elle correspond à la projection sur plusieurs années du ratio de couverture. Autrement dit, on s'établit sur l'horizon de la Planification Stratégique Opérationnelle (PSO) de l'entreprise. Cette projection permet d'anticiper le besoin de financement à venir de l'entité au travers, par exemple, de modifications d'hypothèses stratégiques, de l'évolution des encours mais aussi de celle du portefeuille des différents produits d'assurances (auto, habitation, santé, *etc.*). En d'autres termes, c'est le *business plan* de l'entreprise pour les années à venir.

Le principe de proportionnalité

Le principe de proportionnalité prévoit que les exigences règlementaires doivent être adaptées à chaque entité et ce, de façon proportionnée à la nature, à l'échelle et à la complexité des risques inhérents à l'entreprise. Dit autrement, il s'agit ici de ne pas faire peser un poids règlementaire trop important aux assureurs de petite ou de moyenne taille qui n'ont *a priori*, pas la même exposition au risque. L'*ORSA* exige donc des compagnies d'assurances, d'analyser les liens existants entre les risques encourus et leurs activités. Ainsi, les autorités pourront les inciter à utiliser des modèles plus sophistiqués et plus pointus que ceux proposés par la Formule Standard.

Communication des résultats et *reportings*

Il est demandé aux compagnies d'assurances de rédiger au moins une fois par an le rapport *ORSA*. Ce dernier sera présenté chaque année aux autorités ou lors de changements susceptibles de modifier le profil de risque de l'entreprise. Cette exigence a pour unique but de garder constante la culture du risque au sein de l'organisation.

La mise en place d'un tel dispositif n'est donc pas sans effet sur la gouvernance et le pilotage d'une entreprise. En effet, les principes énoncés ci-dessus reviennent à repenser l'organisation d'une assurance en harmonisant, notamment, les objectifs de la gestion des risques ou bien du contrôle permanent. En d'autres termes, cela revient à fixer des limites de risques et à déterminer l'appétence pour le risque.

La section suivante s'intéresse à la gestion des risques dans le dispositif *ORSA*. Ainsi, dans un premier temps, nous présentons la notion d'appétit pour le risque (ou *risk appetite*) puis dans un second temps nous nous intéresserons aux caractéristiques d'une mesure de risque adéquate pour répondre aux attentes de l'*ORSA*.

2.2 Quelle gestion des risques au sein du dispositif ?

La mise en place de l'*ORSA* implique de mettre en place un système de gouvernance regroupant la fonction de gestion des risques et celle du contrôle interne. Ce système doit donc être intégré dans l'organisation et avoir un poids dans chacune des prises de décision et ainsi contribuer au pilotage de l'entité. Le pilotage des risques conduit alors à fixer le niveau de risque que l'assureur est prêt à prendre et conduit à établir des mesures quantitatives capables de le gérer. Le niveau de risque qui est accepté au sein d'une organisation peut se définir comme étant l'appétit au risque. Cette notion n'est originellement pas propre à la Directive Solvabilité 2 mais dans ses textes elle y fait explicitement référence.

2.2.1 L'appétence au risque

L'*European Insurance and Occupational Pensions Authority* définit la notion d'appétence au risque comme suit [**2**] :

> *« L'appétence au risque traite de l'attitude de l'organe d'administration, de gestion ou de contrôle envers les principales catégories de risques. Elle doit être claire et suffisamment détaillée pour exprimer et refléter les objectifs stratégiques de l'organe d'administration, de gestion ou de contrôle. Elle peut inclure une évaluation quantitative en terme de risque ou de capital.*
> *L'organe d'administration, de gestion ou de contrôle donne les directives appropriées en matière de définition de l'appétence au risque».*

L'appétit pour le risque (*i.e. risk appetite*) correspond donc à un processus de mesure et d'évolution du profil de risque et ce, compte tenu du niveau de risque maximal qu'une organisation accepte de prendre dans le but d'augmenter sa valeur. Autrement dit, la notion de *risk appetite* est susceptible d'être différente de la situation financière de l'assureur : l'entité peut en effet se fixer des limites de risques inférieures à son exposition maximale potentielle.

À première vue, le montant des *SCR* relatifs à chaque type de risque pourrait établir une bonne évaluation quant au profil de risque de l'entreprise. Cependant, il faut rappeler qu'il existe des risques qui n'entrent pas dans le calcul du *Solvency Capital Requirement* et ceux-ci doivent faire l'objet d'une attention particulière afin d'être pris en compte. De plus, l'analyse de ces risques découle du régulateur mais *a priori*, le point de vue du dirigeant ou celui de l'actionnaire pourrait conduire à une analyse différente. Dit autrement, la description et la perception des risques est propre à chacun et dépend finalement des objectifs dont chaque partie est tenue. C'est pourquoi le processus d'appétit pour le risque implique l'identification de ces parties prenantes et de leurs objectifs et

pour chacun d'entre eux, l'assureur doit sélectionner la mesure de risque adéquate, capable de gérer le risque de manière optimale. L'identification du profil de risque de l'entité est donc la première étape du pilotage de risque. S'ajoute à cela le *risk tolerance*, c'est-à-dire le niveau de risque que l'entité accepte de prendre pour développer son activité. Si, à première vue, la définition de ce concept semble similaire à la précédente, la notion de tolérance au risque est à un niveau plus limité que le *risk appetite* puisque l'appétence se décline par le biais du *risk tolerance*.

Nous venons de voir que la sensibilité au risque pourrait ne pas être la même pour tous les assureurs européens et pour chaque partie prenante, il est alors nécessaire de trouver et d'adapter sa propre mesure de risque. L'outil de pilotage doit donc, de ce fait, intégrer la vision de l'entreprise face au risque et celle de son appétit au risque en tenant compte à la fois de son *business plan* et à la fois, des contraintes règlementaires de solvabilité. Intéressons-nous à présent aux critères de choix d'une métrique pour la gestion du risque de crédit.

2.2.2 Choix de la métrique

Il est admis que les mesures de risque doivent vérifier certaines conditions. Ainsi, selon Artzner *et al.* [**3**], *"A risk measure satisfying the four axioms of translation invariance, subadditivity, positive homogeneity, and monotonicity, is called coherent"*. C'est-à-dire, pour qu'une mesure soit cohérente, celle-ci doit répondre à la propriété de sous-additivité, d'homogénéité positive, de monotonie et d'invariante par translation (*cf.* voir *Cadre 2*).

De plus, la métrique utilisée doit pouvoir tenir compte de l'ensemble de la distribution des pertes liées au risque. Autrement dit, l'espérance, la dispersion et les queues de distribution doivent pouvoir être modélisées.

Face aux exigences règlementaires de la réforme Solvabilité 2, le montant de capital à produire s'apparente à une *Value-at-Risk* à 99,5% sur un an. Compte tenu de sa simplicité, les autorités ont alors décidé d'en faire une mesure de référence pour la couverture de l'entité. Cependant, l'utilisation de cette métrique amène à certaines critiques puisqu'elle ne vérifie pas la propriété de sous-additivité et ne donne aucune information sur les queues de distribution.

En ce qui nous concerne et dans le cadre de la mise en place d'un modèle d'évaluation du risque de crédit, nous avons fait le choix d'utiliser un modèle de type *Value-at-Risk* ou assimilés (*VaR* conditionnelle, *CreditMetrics*, *etc.*). Ces différentes mesures seront présentées dans leur globalité au *Chapitre 4* de cet écrit.

Cadre 2 : les propriétés d'une mesure de risque cohérente selon Artzner

Le concept d'une mesure de risque cohérente a été présenté pour la première fois par Artzner *et al.* dans [**3**].

Propriété 1 : invariante par translation

$$\rho(X+n) = \rho(X) + n \qquad ,\forall n \in R$$

ici n est une constante et X définit le risque. En d'autres termes, cette propriété démontre qu'ajouter un montant m au portefeuille doit réduire le risque d'un même montant m ;

Propriété 2 : sous-additivité

$$\rho(X_1 + X_2) \leq \rho X_1 + \rho X_2 \qquad ,\forall n \in R$$

où X_2 et X_1 représentent les risques. Théoriquement, la sous-additivité traduit la diminution du risque obtenu par la diversification. C'est-à-dire, le gain en capital pouvant être tiré en couvrant simultanément les risques X_1 et X_2. Formellement, le gain est donné par $\rho X_1 + \rho X_2 - \rho(X_1 + X_2) \geq 0$. On parle alors d'additivité lorsqu'il y a égalité entre les termes. Dans ce cas, le gain à la diversification est nul ;

Propriété 3 : homogénéité positive

$$\rho(\lambda X) = \lambda\rho(X) \qquad ,\forall \lambda \leq 0 \; et \; \forall X$$

où X représente le risque. Cette propriété est associée au fait que, quelle que soit l'unité monétaire, le risque reste invariant. En d'autres termes, mesurer par exemple une perte financière en millions d'euros ou en milliers d'euros n'a aucune incidence sur le risque et sa perception ;

Propriété 4 : monotonicité

$$P[X_1 \leq X_2] = 1 \rightarrow \rho(X_1) \leq np(X_2)$$

Cette expression est intuitive puisqu'elle démontre le fait qu'il faille toujours plus de capital au moment où la perte financière s'aggrave.

Ces axiomes de cohérence peuvent facilement être remis en cause. Ainsi, Follmer et Schied (2002) ont fait évoluer ces axiomes en mesures convexes de risque. Sous leurs hypothèses, ils stipulent que l'augmentation du risque n'est pas linéaire à l'augmentation du poids du titre détenu mais plutôt convexe. De plus comme nous le verrons plus tard, selon Artzner *et al.*, la *Value-at-Risk* n'est pas une mesure cohérente puisqu'elle ne respecte pas les conditions de sous-additivité.

2.3 Stratégie et profil de risque de Groupama Paris Val de Loire

Cette section présente le profil et la politique de risque de la compagnie d'assurance Groupama Paris Val de Loire. Cela permet avant tout d'identifier les risques auxquels l'entité s'expose et d'identifier son *risk appetite*. Enfin, c'est dans le cadre de l'*ORSA* que nous mettrons en place un modèle d'évaluation du risque de crédit.

Profil de risque de Groupama Paris Val de Loire

Dans la continuité de la politique de risque menée par le Groupe, Groupama Paris Val de Loire vise à maintenir un profil de risque équilibré et fondé principalement sur la diversification de ses risques entre les métiers d'assurances, sur des pratiques prudentes de souscription, de provisionnement et d'investissement. Mais également, sur une gestion prudente et diversifiée de ses actifs financiers en s'appuyant notamment sur l'expertise des sociétés de gestion reconnues. Enfin, la Caisse peut user de techniques d'atténuation des risques d'assurances, financiers et opérationnels pour diminuer son exposition.

Politique de gestion des risques

Groupama a pour ambition de se situer parmi les meilleurs assureurs européens (notation *ERM* "*Strong*"). Pour ce faire, l'assureur se fixe comme objectif de disposer d'une gestion des risques centralisée avec une mise en œuvre opérationnelle à tous les niveaux de l'entreprise. De plus, le Groupe définit les principes fondamentaux de sa gestion des risques en s'appuyant sur des modèles internes permettant de mesurer ses risques et de déterminer les besoins en fonds propres correspondants à la réalité économique. Concernant la tolérance au risque, Groupama Paris Val de Loire s'inscrit également dans la lignée du Groupe. Ce cadre repose sur le suivi de l'évolution de quatre principaux indicateurs (fonds propres, résultat, ratio de solvabilité et taux de couverture des engagements règlementés) en fonction de la volatilité des risques et d'une quantification des risques adaptée à l'environnement Solvabilité 2.

Politique de gestion financière

Les principaux objectifs en matière de gestion financière sont d'assurer une couverture permanente des engagements et de la liquidité nécessaire au paiement des prestations, d'obtenir une rentabilité récurrente cohérente avec un niveau de risque maîtrisé et enfin, de constituer des plus-values latentes afin d'amortir des chocs éventuels. Les portefeuilles sont donc composés de produits simples, facilement compréhensibles et sont gérés dans un univers *investment grade*, c'est-à-dire à partir d'une notation supérieure ou égale à BBB au moment de l'achat.

La composition des actifs du portefeuille repose alors sur les principes suivants :

- *risque de taux* : par défaut, l'allocation de ce risque revient à une obligation sans risque fondée sur la recherche d'un adossement du profil des actifs ;
- *risque de crédit* : l'analyse du risque souverain est réalisée à partir d'un *scoring* qui conduit à exclure les investissements dans certains pays. C'est en ce sens que l'augmentation des risques sur les dettes souveraines (Grèce par exemple) a conduit à affiner les critères de sélection par pays, et ce en fonction du poids de la dette sur le marché, de l'appréciation de la macroéconomie du pays et de la gouvernance de celui-ci ;
- *risque actions* : la poche action est calibrée sur la base d'analyse de risque visant à garantir l'atteinte des objectifs financiers sur un horizon donné, dans un scénario de stress donné et conforme à la politique de tolérance au risque du Groupe ;
- *risque immobilier* : les placements immobiliers visent à optimiser les actifs et à conserver une diversification des placements ;
- *risque de liquidité* : la gestion est réalisée dans le cadre des limites fixées par la Direction Financière et Risques, portant sur des critères de liquidité, de concentration et de dispersion. Ainsi, la Caisse privilégie la liquidité dans le cadre de la gestion de ses actifs.

Dans le cadre de Solvabilité 2, l'entité a formalisé les dispositifs de gestion des risques et met en œuvre ses propres moyens de gestion. À cet égard, l'assureur dispose d'une fonction de pilotage des risques. Si cette dernière fixe le niveau maximal de risque que l'entreprise est prête à prendre, elle a également pour fonction de déterminer d'une part, la mesure de risque à utiliser et d'autre part, de déterminer les risques auxquels la compagnie s'expose.

Enfin, alors que l'environnement Solvabilité 2 se veut harmonieux et universel, notamment avec la Formule Standard, le dispositif *ORSA* adopte une vision définitivement tournée vers l'entreprise. C'est en ce sens que le *Chapitre 3* et le *Chapitre 4* viennent en introduction à l'implémentation de la métrique choisie, puisqu'il s'agit à présent d'identifier et de comprendre les principaux risques financiers du portefeuille de Groupama Paris Val de Loire.

Chapitre 3

Les risques financiers

La maitrise des risques est l'une des composantes principales de la gestion d'une entreprise et contrôler l'exhaustivité de ces risques est devenu à ce jour, le maître-mot du bon fonctionnement d'une institution financière. Cela passe notamment par l'analyse systématique des risques auxquels l'entité s'expose. Dans ce chapitre, nous nous concentrons alors sur ces risques financiers en ayant une approche à la fois qualitative et à la fois, quantitative.

Ainsi, nous nous pencherons dans un premier temps sur le risque de marché, en s'intéressant notamment sur les faits stylisés des marchés financiers. Puis, après avoir brièvement présenté les sources du risque de marché, nous mettrons l'accent dans un second temps sur le risque de crédit et ses caractéristiques fondamentales. Enfin, nous clôturerons ce chapitre par la présentation du risque systémique. Ce dernier a eu un rôle majeur sur l'importance de la crise économique et financière de 2007.

3.1 Le risque de marché

Mesurer le risque de marché se définit comme étant la possibilité de quantifier les pertes liées aux mouvements des prix sur les marchés financiers. Ces fluctuations sont généralement corrélées aux variations de taux d'intérêt, ou à celles des matières premières, du marché des changes voire du marché actions. En d'autres termes, le risque de marché dépend de la volatilité des prix constituant ce même marché. Dans son ouvrage, « La théorie de l'efficience des marchés financiers » (1970) [**27**], Eugène Fama (Prix Nobel d'économie 2013) justifie ces fluctuations par l'existence de la valeur fondamentale en supposant notamment l'hypothèse de la rationalité des agents économiques.

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons en premier lieu aux faits stylisés des marchés financiers puis, dans un second paragraphe, nous exposerons les différents facteurs du risque de marché. Dans un deuxième temps, l'intérêt se

portera sur le risque de crédit et les caractéristiques globales qui y sont associées. Enfin, la récente crise financière nous pousse à nous intéresser au risque de contagion et les éléments pour prévenir ce risque dit systémique.

3.1.1 Faits stylisés des marchés financiers

> *"A market in which prices at any time "fully reflect" available information is called efficient"- Fama (1970)* *

Lorsque nous étudions les rendements journaliers des marchés financiers, nous remarquons certaines propriétés : on parle de faits stylisés. Ces derniers ont la particularité de se vérifier sur tous les marchés et pour la plupart des instruments financiers.

L'hypothèse des marchés efficients (Fama, 1970) est une notion fondamentale en économie financière puisqu'elle traite de la constitution des prix de marché. Elle suppose de la rationalité des agents économiques et de la complétude de l'information relative à un actif et ce, à un instant t. Ainsi, tous les échanges se feront à ce prix : on parle alors d'efficience des marchés. Puisque le prix doit refléter toute l'information disponible à chaque instant, cela implique qu'une information privilégiée détenue par un individu sera automatiquement connue de tous, inhibant ainsi toute chance de battre le marché à long terme. Autrement dit, dans un marché où l'information se répand uniformément et où les individus interprètent au mieux le signal, les prix sont à leur valeur fondamentale et leurs variations sont supposées être les conséquences de chocs imprévisibles. Ces propriétés résultent donc de la rationalité et de l'anticipation des agents économiques et sont fondées sur le concept de marche aléatoire (*random walk*).

Originellement, ce concept est apparu en 1905 avec la thèse de Louis Bachelier et est fondé sur l'exemple familier suivant : comment retrouver un homme ivre dans un champ sachant que les personnes à sa recherche ne connaissent que la dernière position de l'individu. Ainsi, sous ces conditions, la meilleure prévision de la position future de l'homme recherché serait sa dernière position constatée. L'efficience des marchés est alors traduite par l'hypothèse de martingale où les prix des actions suivent une loi gaussienne (*i.e.* les prix sont donc aléatoires) d'espérance nulle et de variance égale à 1 et où les erreurs de prévisions sont des bruits blancs. Formellement, on a :

$$P_t = P_{t-1} + \varepsilon_t, \tag{3.1}$$

avec P_t le prix de l'actif à l'instant t et ε_t le terme d'erreur.
Les hypothèses sont les suivantes :

$$P_t \sim \mathcal{N}(0;1), \tag{3.2}$$

∗. [**27**] Fama E., (1970), *"Efficient Capital Markets : A Review of Theory and Empirical Work", The Journal of Finance, 25, 2*, 383-417.

et,

$$\varepsilon_t \sim bruit\ blanc, \tag{3.3}$$

c'est-à-dire que,

$$\begin{aligned} E(\varepsilon_t) &= 0, \\ V(\varepsilon_t) &= \sigma^2, \\ Cov(\varepsilon_t; \varepsilon_{t-h}) &= E[\varepsilon_t \varepsilon_{t-h}] = 0, \end{aligned}$$

Sous ces hypothèses, la meilleure prévision que l'on puisse faire aujourd'hui du choc qui est susceptible d'arriver demain est la valeur moyenne d'aujourd'hui. En effet, par exemple, en utilisant une marche au hasard avec dérive (*i.e* avec une constante notée μ), on constate que la condition de martingale est bien respectée. Ainsi :

$$P_t = P_{t-1} + \mu + \varepsilon_t, \tag{3.4}$$

avec,

$$\begin{aligned} E_t(P_{t+1}) &= E(P_{t+1}/I_t), \\ E_t(P_{t+1}) &= E(P_t + \mu + \varepsilon_{t+1}/I_t), \end{aligned}$$

ce qui équivaut à,

$$E_t(P_{t+1}) = E_t(P_t) + E_t(\mu) + E_t(\varepsilon_{t+1}),$$

$$E_t(P_t) = \mu + P_{t-1}. \tag{3.5}$$

L'équation (3.5) définit effectivement l'efficience des marchés et prouve que, sous ces hypothèses, la meilleure prévision possible du cours de demain est bien sa valeur moyenne d'aujourd'hui. L'hypothèse des marchés efficients est la première composante de ce qu'on appelle les faits stylisés des marchés financiers. L'utilisation de tests statistiques sur les rendements de marché permet d'en identifier cinq autres. Néanmoins, nous n'entrerons pas dans les détails de ces calculs.
Le second fait stylisé concerne l'autocorrélation des rentabilités (au carré). En effet, on constate que sur les marchés les rendements au carré présentent d'importantes autocorrélations. À l'inverse, les autocorrélations des rendements sont généralement faibles et ce, compte tenu des variations aléatoires des prix. Ainsi, une hausse supérieure à la moyenne est susceptible d'être suivie en $t+1$ par une variation à la baisse du prix neutralisant le premier effet. Et, dans le cas où il apparaît des autocorrélations différentes de zéro, celles-ci demeurent très faibles et très peu stables dans le temps. Rappelons par ailleurs que l'absence d'autocorrélations renvoie à la théorie de l'efficience des marchés.

De manière générale et comme nous venons de le voir, les travaux de recherche en finance posent l'hypothèse de rendements aléatoires et de la normalité de ceux-ci, rendant difficiles les prédictions futures sur les évolutions passées. Cette non-normalité des rendements des actifs financiers définit le troisième fait stylisé. En effet, en pratique, on constate dans la distribution des rendements non-symétriques et des queues de distribution plus épaisses que les lois gaussiennes.

L'asymétrie des rendements s'identifie alors en calculant le moment d'ordre 3 (*i.e.* le coefficient d'asymétrie) et se définit comme étant la probabilité d'observer des rendements supérieurs (*resp.* inférieurs) plus régulièrement que des rendements inférieurs (*resp.* supérieurs) à la moyenne. En effet, on constate que les chocs négatifs ont une probabilité plus grande d'apparaître que celle d'avoir des gains élevés.

Le moment d'ordre 4 (*i.e.* l'indice d'applatissement) permet d'identifier les queues de distribution plus ou moins épaisses. Sur les marchés financiers, les queues de distribution des rendements ont tendance à avoir une forme leptokurtique. Dit autrement, il y a ici une probabilité plus importante par rapport aux conditions sous-jacentes à la loi Normale de voir apparaitre des rendements de grande ampleur (à la hausse ou à la baisse).

Il existe un effet de levier sur les marchés compte tenu du fait qu'il y ait une relation négative entre la variation des prix des actifs et la variation de la volatilité. Dans ce cas, lorsque les prix augmentent, la volatilité est plus faible et à l'inverse, la volatilité augmente au moment où les prix baissent. Vu différemment, toutes choses égales par ailleurs, le ratio d'endettement de l'entreprise tend à augmenter avec la baisse du niveau des prix, l'entité prend alors plus de risque générant *in fine*, plus de volatilité.

L'existence d'effets saisonniers de rendements est la quatrième constatation que l'on peut faire sur les marchés. En effet, force est de constater que le vendredi, les prix à la clôture ont tendance à être différents du prix d'ouverture du lundi, on parle alors « d'effet weekend » (Gibbon et Hess, 1981). De plus, la pratique montre que les firmes sont prédisposées à donner de mauvaises nouvelles en fin de semaine. Cependant, cet argument reste difficile à avancer. À un niveau temporel différent le même constat peut être fait puisque Rozeff et Kinney (1976) et plus tard Keim (1983) constatent qu'au cours du mois de janvier, les rendements ont tendance à être plus élevés que les autres mois de l'année. L'hypothèse d'efficience est donc ici, automatiquement remise en cause.

Enfin, les marchés sont sujets aux variations de volatilité. Ces dernières fluctuent selon les périodes d'incertitudes ou de confiance et forment ce que l'on appelle les *volatility clustering* (*i.e.* accumulation de la volatilité). Dit autrement, une période de forte volatilité induira un mouvement de grande ampleur (à la hausse ou à la baisse) pouvant être suivi, très probablement, d'une forte variation (à la hausse ou à la baisse). Cette constatation se fait également entre les places financières : l'évolution de la volatilité sur l'une amène généralement à la même évolution sur un autre marché.

Cadre 3 : les moments

L'analyse des risques passe par l'étude des quatre moments de la distribution appelés : la moyenne, l'écart-type, le coefficient d'asymétrie et l'indice d'applatissement. Traditionnellement, les outils de gestion des risques posent l'hypothèse de la normalité des rendements qui conduit à admettre que la loi de distribution à une forme en cloche, symétrique et avec des queues de distribution peu épaisses. Cependant, l'analyse des rendements de marché conduit à des conclusions bien différentes.

Moment 1 : l'espérance
L'espérance est la moyenne estimée par des probabilités. Mathématiquement :

$$\bar{r} = \frac{1}{n}\sum_{j}^{n} r_j$$

Moment 2 : l'écart-type
Une des caractéristiques de la distribution est sa variabilité par rapport à sa moyenne. Le calcul de l'écart-type se fait en deux temps puisqu'il faut calculer en premier lieu la variance pour en déduire l'écart-type.

$$Var(r_1 \dots r_n) = \frac{1}{n-1}\sum_{j}^{n}(r_j - \bar{r})^2$$

$$\sigma(r_1 \dots r_n) = \sqrt{Var(r_1 \dots r_n)}$$

Moment 3 : le coefficient d'asymétrie (la Skewness)
La Skewness identifie les asymétries de distribution. Par définition, une loi Normale possède un coefficient d'asymétrie de 0 et est symétrique par rapport à sa moyenne. Soit r_t, les rendements à l'instant t :

$$\mu_3 = E[(r_t - \mu)^3]$$

Moment 4 : l'indice d'applatissement (la Kurtosis)
La Kurtosis donne la forme de la courbe de distribution. Sous les conditions d'une loi gaussienne, le moment d'ordre 4 est égal à 3. De manière générale, « l'épaisseur » des queues de distribution est calculée avec le degré d'excès de *Kurtosis*, k.

$$\mu_4 = E[(r_t - \mu)^4]$$

$$k = E[(\frac{r_t - \mu)}{\sigma_r})^4] - 3$$

Les moments permettent donc de caractériser une variable aléatoire et de définir dans sa globalité, l'allure de sa loi de distribution.

Les faits stylisés des marchés financiers concernent de nombreux instruments (actions, obligations, devises). Une bonne identification de ceux-ci permettrait de mettre au point des outils mathématiques capables de tenir compte des variations de prix. À ce jour, aucun modèle statistique ne prend en considération l'ensemble de ces caractéristiques de marché. Par exemple, seules les modélisations probabilistes de type *ARCH* (Engle, 1982), qui stipulent de l'hétéroscédasticité de la variance, reproduisent les *clusters* de volatilité au cours du temps tout en considérant la dépendance entre les rendements financiers.

3.1.2 Sources du risque de marché

Nous avons vu que la volatilité était une caractéristique des marchés financiers qui génère à elle seule ce que l'on appelle le risque de marché. Afin de l'appréhender au mieux, il est nécesaire de s'intéresser aux principaux facteurs de ce risque. En effet, il est intuitif de penser que le risque de marché se décompose en plusieurs risques qui sont propres à chaque instrument présent sur le marché. On y distingue : le risque action, le risque de taux, le risque lié aux fluctuations du prix des matières premières ainsi que le risque de devise.

Le risque actions

Ce risque est propre à la volatilité des indices actions (CAC40, *S&P500*, *Nikkei*, *etc.*). Ce risque dépend donc de l'aversion des agents sur les marchés financiers et peut varier selon la période considérée. En effet, par exemple, une période de stress se traduit automatiquement par une période de forte volatilité (*cf.* se reporter à la notion de *clusters*). De plus, notons qu'un marché plus ou moins diversifié ou plus ou moins sensible aux agrégats économiques aura automatiquement un risque action plus élevé. Proposé en 1993 par le *Chicago Board Options Exchange* (*CBOE*), l'indicateur *VIX*[†] a pour rôle d'évaluer l'aversion au risque sur les marchés. On parle d'ailleurs de *fear index*.

Le risque de change

Il découle des éventuelles fluctuations de la valeur de la devise en portefeuille. Celle-ci peut varier en fonction des corrélations entre les différentes monnaies, de la volatilité qui lui est propre voire d'une probable dévaluation (*cf.* crise asiatique, 1997). De plus, on constate que le risque de change est intimement lié au risque de taux puisqu'une hausse des taux d'intérêt conduit généralement à une dépréciation de la monnaie.

Le risque de taux

Le risque de taux fait référence à la probable variation du prix d'un titre de dette, c'est-à-dire de la valeur des obligations, des titres de créances négociables, des emprunts à taux variable ou bien, des contrats *futures* (*i.e.* produits dérivés).

†. Chicago Board Options Echange, (2009), "VIX : CBOE volatility index", *Working paper*.

Prenons l'exemple d'une augmentation des taux d'intérêt sur une obligation : celle-ci provoquera une baisse de la valeur du titre. Cependant, l'ampleur de cette variation va dépendre des caractéristiques de la valeur mobilière concernée : en effet un titre de créance avec une maturité plus longue aura une sensibilité plus importante qu'une obligation à plus faible maturité. Dans ce cas, le mieux reste de calculer la sensibilité du titre par rapport aux variations de taux en utilisant le concept de duration.

Le risque lié aux fluctuations des prix des matières premières

Comme son nom l'indique, ce risque résulte des fluctuations des valeurs des matières premières. Autrement dit, il découle de la volatilité des prix des produits agricoles, des ressources énergétiques (le pétrole) et des métaux (or, argent, zinc, *etc.*). Ce risque est particulièrement présent sur les contrats d'options de type *future*. Notons que pour estimer la volatilité inhérente aux marchés financiers, de nombreux modèles probabilistes existent. On peut citer en exemple : la *Value-at-Risk*, l'*Expected Shortfall* ou bien les modèles de type *ARCH* et *GARCH*. Dans cette sous-section, nous avons montré que les sources de risque de marché pouvaient être multiples et résultaient d'un dénominateur commun : la volatilité des prix.

Nous venons de voir les principaux risques de marché mais il existe d'autres risques à prendre en compte. La section suivante traite des risques ne découlant pas de cette volatilité des prix. Nous nous intéresserons alors dans un premier temps à ces autres risques puis, dans un second temps, nous présenterons en détails le risque de crédit, thème central de notre étude.

3.1.3 Les autres risques financiers

Les risques financiers sont souvent assimilés au risque découlant des marchés financiers. Il existe cependant d'autres risques pouvant avoir un important impact sur la situation financière de l'entreprise, ces risques peuvent être le risque de liquidité ou bien le risque de modèle.

Le risque de liquidité

Tout d'abord, il s'agit de donner une définition de ce qu'est la liquidité. Ainsi, on pourrait admettre qu'elle correspond à la capacité d'une institution financière (particulièrement les banques et les assurances) à vendre ou à acheter suffisamment rapidement pour minimiser une perte, sous peine de créer d'importantes distorsions dans le système. Finalement, on constate que la frontière entre la liquidité et la solvabilité est relativement mince. À ce titre, la crise financière de 2007 a rappelé l'importance d'identifier et de gérer le risque de liquidité. En effet, c'est bel et bien la contraction de la liquidité sur les marchés financiers qui a conduit à la propagation de la crise, rendant les mesures prudentielles sur fonds propres insuffisantes. Jean-Paul Pollin a par ailleurs rappelé la

difficulté de trouver une définition commune à la liquidité puisqu'il convient de distinguer à la fois la liquidité émanant des banques et à la fois, celle émanant des banques d'affaires [**39**]. En effet, selon l'auteur, les banques commerciales offrent des moyens de règlements contre des actifs illiquides créant ainsi de la liquidité, alors que, les banques d'investissement créent de la liquidité en permettant l'échange de titres en minimisant les coûts de négociation.

Le paragraphe suivant s'intéresse à un deuxième type de risque financier que nous devons prendre en compte : le risque de modèle. Celui-ci peut etre vu comme un risque opérationnel puisqu'il découle d'une mauvaise spécification d'un modèle quantitatif.

Le risque de modèle

Avec la possibilité de mettre en place des modèles internes pour l'évaluation des risques, la question qui demeure concerne la validité de la métrique utilisée. En effet, avec la multiplication des crises financières ces dernières années, les mesures de risques (extrêmes ou non) sont remises en cause et ce, malgré d'importants progrès en la matière. Autrement dit, le risque de modèle apparaît lorsqu'un modèle probabiliste ne capte pas la totalité du risque qu'il est censé mesurer.

Avec l'approbation d'utiliser des modèles standards d'exigences en capital, les régulateurs ont multiplié le risque de modèle lié à leur implémentation et les modèles utilisés ont alors tendance à représenter imparfaitement la réalité. Ainsi, la sous ou la surestimation du risque peut générer à la fois des inefficiences microéconomiques et à la fois, des inefficiences macroéconomiques. Par exemple, prenons le cas d'un modèle de *Value-at-Risk* : un excès de prudence (*i.e. Value-at-Risk* surestimée) aura un impact négatif sur la rentabilité des institutions financières puisque un montant trop important de capital sera mobilisé. À l'inverse, calibrer la métrique d'une façon trop agressive exposerait une institution financière à d'importantes pertes (sous-estimation des risques). Les auteurs Boucher C. et B. Maillet (2014) [**13**] ont ainsi montré que le risque de modèle pouvait représenter une part importante dans l'implémentation des mesures de risque et que la correction à faire pouvait alors atteindre jusqu'à 40% du montant de la *VaR* (pour un nombre conséquent de simulations) et de 10-15% pour une *VaR* basée sur un indice de marché.

Par ailleurs, l'histoire a montré que les plus grosses faillites de banques étaient liées au risque de crédit (Lehman Brothers, Worldcom Inc., Enron Corp., *etc.*). C'est pourquoi, depuis la fin des années 90, la gestion de ce risque s'est considérablement accrue. En effet, les institutions augmentent sans cesse le nombre de crédits octroyés et s'exposent donc de plus en plus au risque de crédit. Il s'avère alors nécessaire de s'y intéresser particulièrement afin de mieux l'appréhender. De plus, l'identification et une meilleure gestion de ce risque pourront probablement conduire *in fine*, à une meilleure allocation des titres en portefeuille.

Cadre 4 : identification des facteurs du risque de modèle

Nouvelles informations
L'apparition de mauvaises nouvelles génère de la volatilité et peut modifier les liens de corrélations entre les actifs. Cela peut en effet justifier la mauvaise spécification du modèle ;

Données contaminées
L'utilisation de rendements historiques peut conduire à utiliser des données contaminées et erronées. Par exemple, l'estimation de la *VaR* selon une méthode historique ne tient pas compte des changements de pondération. Autrement dit, l'utilisation de rendements historiques est soutenable dans l'unique cas où le poids reste inchangé dans la période considérée ;

Modèle erroné
La non-exactitude du modèle peut découler du risque de spécification ou du risque d'estimation. Autrement dit ici, la métrique choisie ne mesure pas le risque du portefeuille avec suffisamment de précision voire, elle peut ne pas tenir compte de certains facteurs de risque de marché (taux, actions, *etc.*).

3.2 Le risque de crédit

Le risque de crédit est défini comme étant la perte économique liée au non-respect des obligations contractuelles qui lient deux parties. Autrement dit, il représente la probabilité de non-paiement d'une transaction (ou d'une obligation) entre deux agents économiques (le prêteur et sa contrepartie). Cette probabilité est en effet intrinsèque à chaque individu et à chaque prêt ayant un horizon plus ou moins important. Il se décompose en deux facteurs : le risque de défaut qui est la probabilité de non-paiement du principal de la dette, et le risque de dégradation de la qualité du portefeuille de crédit voulue par les agences de notation.

Cette section s'intéresse alors à la modélisation du risque de crédit et apporte une vision théorique et mathématique sur l'estimation de ce risque.

3.2.1 Estimation des pertes attendues et inattendues

Afin d'évaluer le risque auquel les institutions financières s'exposent sur leur portefeuille, on peut calculer l'*Expected Loss* (*EL*). Ce dernier se définit comme étant la probabilité attendue d'un défaut. Par exemple, supposons un prêt d'un montant m accordé jusqu'à une échéance t, à un taux r_t.

Dans le cas où le remboursement est bien effectué à la date prévue, la valeur V_t

du crédit est alors notée :

$$V_t = m \times (1 + r_t)^t \tag{3.6}$$

Supposons maintenant le cas inverse, c'est-à-dire, une défaillance de la part de l'emprunteur. Il faut voir la loi de distribution comme étant la composante de trois éléments :

- une probabilité de défaut (PD), définissant un état discret où la contrepartie est soit en défaut soit ne l'est pas. La probabilité ici est alors une variable binaire où la situation de défaut se matérialise en prenant la valeur 1 et la situation de non-défaut par zéro ;
- une loi de distribution des pertes du titre (*i.e. Loss Given Default* - LGD), représentant la part du montant des pertes subies en cas de défaut d'un des individus tout en tenant compte du taux de recouvrement (*i.e. Recovery Rate* - RRT) c'est-à-dire le pourcentage qui est récupéré en cas de faillite. Le *Loss Given Default* est noté :

$$LGD = 1 - RRT \tag{3.7}$$

- l'exposition au risque de défaut (*i.e. Exposure at Default* – EAD_t) est le montant de la perte maximale que peut faire le prêteur en cas de faillite de la contrepartie. Ce n'est rien d'autre que la valeur V_t du prêt.

Formellement, on peut donc écrire la loi de distribution des pertes d'un titre de crédit comme étant l'agrégation des trois distributions énumérées ci-dessus. On obtient alors la perte moyenne attendue sur le prêt à la période t (*i.e. l'Expected Loss* - EL).

$$EL_t = PD_t \times LGD \times EAD_t \tag{3.8}$$

Intuitivement, on peut penser que pour obtenir l'*Expected Loss* du portefeuille, il suffit de faire la somme des EL de chacun des titres individuels. Mais pour autant, dire que l'exposition totale du portefeuille est égale à la somme des expositions individuelles est, dans certains cas, un raccourci qui mérite d'être étudié. En effet, rappelons que dans la théorie de Markowitz (1959), il est mentionné qu'il est nécessaire de tenir compte des corrélations et des pondérations attribuées à chaque titre et donc, de considérer le phénomène de diversification.

De plus, si les pertes attendues sont généralement couvertes par des réserves, il existe une part d'incertitude sur la perte éventuelle à la date t. C'est pourquoi, contrairement à l'*Expected Loss*, plutôt que de tenir compte de la perte moyenne potentielle, on va chercher ici la perte maximale relative à un seuil fixé, α.
Par exemple, supposons une défaillance à l'instant t, on rappelle à partir des équations (3.6), (3.7) et (3.8) que :

$$EL_t = PD_t \times LGD \times EAD_t,$$

$$EL_t = (1 - RRT) \times V_t,$$

$$EL_t = (1 - RRT) \times m \times (1 + r_t)^t. \tag{3.9}$$

On définit alors la perte maximale fixée au seuil α comme étant égale à la somme du montant des pertes attendues et celui des pertes inattendues. Autrement dit, pour obtenir la perte inattendue, c'est-à-dire l'*Unexpected Loss* (*UL*), il suffit de soustraire le niveau de perte maximale au seuil α avec la perte attendue. Soit :

$$\alpha = EL_t + UL_t$$

$$UL_t = \alpha - EL_t \tag{3.10}$$

Nous venons de montrer dans ce paragraphe que le risque de crédit se décomposait en deux composantes (le risque de défaut et le risque de dégradation de la qualité de crédit) et comment nous pouvions l'estimer mathématiquement. À présent, il s'agit d'avoir un regard global sur les caractéristiques du risque de crédit en s'intéressant, notamment, à la forme de sa loi de distribution.

3.2.2 Modélisation du risque de crédit

La modélisation du risque de crédit s'avère être délicate pour deux raisons : la première est que les rendements du crédit ne peuvent être estimés parfaitement par une loi de type gaussienne et la seconde est la difficulté à modéliser les corrélations qui existent dans un portefeuille de crédit.

Pour mieux comprendre, prenons un exemple simple et intuitif. Supposons un prêt d'une banque vers un agent économique. Le banquier s'expose à deux cas : si la situation de l'emprunteur s'améliore, ce dernier pourra éventuellement se financer à un taux plus attractif qu'initialement et la banque ne pourra en tirer davantage de profits. À l'inverse, si la situation de l'emprunteur se dégrade (jusqu'à une situation de défaut par exemple), la banque subira pleinement les conséquences car la part de rémunération du prêt ne pourra être ajustée en fonction de la perte subie. Par contraste, considérons une autre classe d'actifs comme les actions : sa valeur va dépendre, toutes choses égales par ailleurs, de la confiance que les investisseurs accordent à l'entreprise. Elle n'est donc limitée ni à la hausse, ni à la baisse.

Par conséquent, la loi de distribution des rendements d'un crédit est asymétrique (moment d'ordre 3) et leptokurtique (moment d'ordre 4). Plus précisément, si l'on regarde la fonction de distribution des rendements du crédit, le moment d'ordre 3 est ici négatif, la loi de distribution du portefeuille est bien *left-skewed*.
En effet, comme nous l'expliquions dans l'exemple précédent, les gains potentiels pour une banque sont limités alors que les pertes elles, peuvent être significatives puisqu'elles peuvent atteindre le montant total du crédit. De même, on comprend intuitivement que dans le cas d'un portefeuille de crédit la Kurtosis

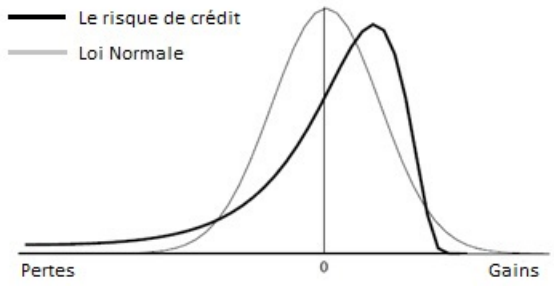

FIGURE 3.1 – Distribution d'une loi Normale *vs.* loi de distribution du risque de crédit (CreditMetrics - *Technical Document*, 1996)

est plus élevée, puisque le risque de défaut n'est pas nul, voire, il peut être substantiel selon la qualité de l'emprunteur. Une masse probabiliste plus importante est alors attribuée aux évènements extrêmes. Pour mieux comprendre, nous renvoyons à la *figure 3.1* représentant deux lois de distributions, l'une gaussienne et l'autre de type *left-skewed*. Sous ces caractéristiques, on admet donc que la plupart des réalisations de la variable considérée (*i.e. P&L* du portefeuille de crédit) s'éloignent de sa moyenne. Autrement dit, on accepte que l'apparition de chocs exceptionnels (le défaut) puisse se réaliser avec des probabilités plus élevées que celles sous les conditions d'une loi Normale.

Pour affirmer cette idée, supposons une loi de distribution de type gaussienne (*i.e.* moyenne nulle et variance égale à 1). Statistiquement, cela implique que 99% des réalisations vont être contenues dans un intervalle de confiance compris entre [-2,58 ; 2,58]. Force est de constater que si l'on tient compte d'un portefeuille réel, des rendements supérieurs à cet intervalle peuvent raisonnablement apparaître dans plus de 1% des cas.

Finalement, nous venons de voir que la modélisation du risque de crédit demeure ici assez complexe puisque nous devons tenir compte d'une distribution asymétrique et d'une queue de distribution (à gauche) plus épaisse qu'une loi Normale.

Maintenant que nous avons abordé l'aspect quantitatif du risque, intéressons-nous à présent à l'évaluation de la probabilité de défaut, composante intrinsèque au risque de crédit.

3.2.3 La modélisation du risque de défaut

Comme dit précédemment, le premier élément constitutif du risque de crédit est le risque de défaut, c'est-à-dire la probabilité qu'un emprunteur fasse faillite

ou non. Celle-ci peut être évaluée approximativement par une notation financière issue d'une ou plusieurs agences de notation. Les deux principales agences sont américaines (Moody's et Standard & Poor's). Les agences européennes quant à elles, demeurent beaucoup moins actives ce qui incite d'ailleurs les institutions financières et les entreprises à développer leurs propres modèles internes.
Les notes sont divisées en deux catégories : l'univers *Investment grade* représenté par les entreprises dont la probabilité de défaut est la plus faible et l'univers *Speculative grade* constitué des entreprises ayant une plus faible capacité de remboursement et donc une probabilité plus importante de faire faillite.

TABLE 3.1 – Liste des notations financières des principales agences de notation

	Standard & Poor's	Moody's
Investment grade		
Highest grade	AAA	Aaa
High grade	AA	Aa
Upper medium grade	A	A
Medium grade	BBB	Baa
Speculative grade		
Lower medium grade	BB	Ba
Speculative	B	B
Poor standing	CCC	Caa
Highly speculative	CC	Ca
Lowest quality, no interest	C	C
In default	D	D

La probabilité de défaut est en quelque sorte une fonction linéaire de la notation financière obtenue puisque plus la notation sera basse et plus l'emprunteur sera de moins bonne qualité. Ce qui revient à dire que le risque de faillite augmente au fur et à mesure que la note est basse. De plus, la situation de l'entreprise peut évoluer au cours du temps, c'est pourquoi les agences de notation mettent à disposition des matrices de transition qui fixent la probabilité qu'une entreprise obtienne une notation inférieure (ou supérieure) par rapport à celle qu'elle détient à l'instant t (voir modèle *CreditMetrics, Chapitre 4*).

Par conséquent, la complexité du risque de crédit justifie les raisons pour lesquelles les banques (sous Bâle 2) et les compagnies d'assurances (sous Solvabilité 2) tentent de développer des modèles internes de gestion de plus en plus pointus. Sous ce cadre règlementaire, où le niveau de capital exigé devient la variable d'ajustement de l'exposition aux risques des institutions financières, les mesures de risques telles que la *Value-at-Risk* ou l'*Expected Shortfall* deviennent, de ce fait, les pierres angulaires du pilotage du risque de crédit. Enfin, les faits montrent que ces dernières années le caractère systémique ainsi que l'ampleur des crises économiques et financières se sont considérablement développés.

On rappelle à ce titre, la crise argentine, la crise asiatique (1997) et plus récemment la crise des *subprimes* qui, déclenchée initialement aux Etats-Unis a finalement concernée l'ensemble des économies mondiales. Intéressons-nous alors dès à présent au risque de propagation des crises et à l'identification des institutions dites systémiques susceptibles de véhiculer et de générer d'importantes perturbations.

3.3 Le risque systémique

> *"Systemic risks are for financial markets participants what Nessie, the monster of Loch Ness, is for the Scots (and not only for them) : Everyone knows and is aware of the danger. Everyone can accurately describe the threat. Nessie, like systemic risk, is omnipresent, but nobody knows when and where it might strike. There is not proof that anyone has really encountered it, but there is not doubt that it exists." - Sheldon and Maurer (1998)* ‡

Dans la continuité des objectifs de Solvabilité 2 et ceux de Bâle 2, on peut se poser la question suivante : « de quelle ampleur doit être un choc sur le prix des actifs pour qu'une compagnie d'assurance fasse faillite ? ». Si une réponse peut facilement être apportée à une institution financière, elle s'avère être bien plus délicate dans un environnement où les institutions sont de plus en plus interconnectées, notamment par des participations, des actions ou bien par des prêts bancaires. La récente crise financière a montré l'importance d'identifier ce que l'on appelle des *Systemically Important Financial Institutions* (*SIFIs*) et de mettre en place une mesure effective du risque systémique. En effet, la mise en place de méthodes quantitatives pourrait à ce titre, faciliter l'identification et l'évaluation des risques qui pèsent sur la stabilité financière.

3.3.1 Définition

Tout d'abord, il s'agit de définir ce qu'est le risque systémique. Ce concept peut être familièrement associé à la chute d'un château de cartes. Ce dernier constitue le risque systémique, une carte défectueuse peut conduire à l'effondrement des autres cartes et *in fine*, à la destruction du château. Economiquement, il s'agit d'un dysfonctionnement des services financiers pouvant être causé par la détérioration du système financier (dans sa globalité ou non) et ayant un impact négatif étendu sur l'économie réelle. Pour illustrer le concept, prenons le cas d'une banque qui se finance sur le marché, ou *via* le marché interbancaire (c'est-à-dire le marché où les banques se prêtent de l'argent pour le replacer ailleurs, ainsi de suite) : s'il apparaît une crise bancaire, le marché interbancaire

‡. [**41**] Sheldon, G. et M. Maurer, (1998), *"Interbank Lending and Systemic Risk : An Empirical Analysis for Switzerland"*, *Swiss Journal of Economics and Statistics, 134*, 685-704.

va se contracter, plus aucune banque ne va s'échanger de l'argent. Dans ce cas, la banque n'est plus en mesure de prêter de l'argent, les entreprises ne pourront donc plus investir et les salariés seront licenciés. De fait, tous les systèmes de l'économie sont effectivement affectés.

Les *hedge funds*, les banques, les compagnies d'assurances, mais également toutes les infrastructures de marché peuvent présenter un risque systémique. L'identification de ce risque est donc primordiale à plus d'un titre. Le paragraphe suivant s'intéresse à ces éléments d'identification.

3.3.2 Identification du risque systémique

En se basant sur l'expérience des récentes crises économiques et financières les régulateurs insistent sur la nécessité d'instaurer un cadre législatif aux institutions financières soumises au risque de propagation (*i.e. SIFIs*). Ainsi, selon le *Financial Stability Board* (2011) [§], les *SIFIs* peuvent être défini comme suit :

> *"Systemically important financial institutions (SIFIs) are institutions whose distress or disorderly failure, because of their size, complexity and systemic interconnectedness, would cause significant disruption to the wider financial system and economic activity".*

Un *SIFI* se définit donc comme étant une institution qui, au vu de sa taille, ne pourrait quitter le marché sans causer d'importants dysfonctionnements dans le système financier. Dit autrement, l'attribution du caractère systémique vient de la capacité de la firme à déstabiliser le système financier dans son ensemble. L'existence d'un *SIFI* est donc à première vue, toute aussi essentielle que potentiellement néfaste. Par ailleurs, la mise en place d'outils à l'échelle microéconomique et macroéconomique nécessite d'apporter une définition universelle du risque systémique. La récente crise économique et financière a en effet montré que la taille n'était pas l'unique facteur, puisqu'une petite institution financière pouvait également contribuer au risque de propagation si elle était, par exemple, fortement interconnectée avec le secteur financier. Brunnermeier *et al.*, (2009) ainsi que Thomson (2009) ont alors proposé une nouvelle classification reposant sur plusieurs critères objectifs, suivis par le *Basel Committee on Banking Supervision* (*BCBS*) qui a établi une première liste consultable en ligne.

Le premier facteur est la taille (*i.e. Too big to -let- fail*) et la concentration des activités. L'envergure d'une institution est généralement obtenue en mesurant la valeur totale de ses actifs. Une éventuelle faillite d'une banque à l'échelle mondiale par exemple (activités globales, nombreuses actions, *etc.*) est plus susceptible de créer de l'instabilité dans l'économie globale et sur les marchés financiers. Dans ce cas, il sera en effet plus difficile de remplacer ses activités

§. Financial Stability Board, (2011), "Policy Measures to Adress SIFIs".

par d'autres banques sans perturber le secteur dans lequel elle opérait. Autrement dit, plus grande sera l'institution et plus grande, *ceteris paribus*, sera son influence sur la stabilité du système financier. Néanmoins, il ne faut pas négliger l'impact que peuvent avoir des institutions de taille moyenne (Lehman Brothers) ou de petite taille puisqu'il est généralement plus difficile de stabiliser le marché à la suite de plusieurs faillites.

L'interconnectivité (*i.e. Too interconnected to -let- fail*) des firmes dans le secteur est également un critère important puisque cela créé directement un risque de contagion d'une institution financière à une autre.

Le troisième critère est la corrélation entre les bilans (*i.e. Too many to -let-fail*). Dit autrement, en cas de choc sur le marché, deux institutions possédant des actifs similaires et dont les variations sont corrélées, verront la valeur de ceux-ci diminuer simultanément (citons le cas d'un débiteur commun par exemple). De plus, la corrélation est également un canal indirect de propagation des crises. En effet, une institution de taille importante (ou plusieurs) qui viendrait à vendre brusquement ses actifs ferait baisser la valeur de ces derniers, intensifiant ainsi le cycle de la crise.

De plus, le risque systémique est lié positivement à la complexité des activités. Ainsi, plus une institution financière mènera une activité technique et plus il sera difficile, coûteux et long pour les régulateurs d'apporter un regard adéquat et efficient sur la situation de l'entité. Cette complexité peut se traduire, entre autres, par l'utilisation de produits dérivés ou bien du mécanisme de titrisation par exemple.

Enfin, la substituabilité est le dernier facteur de risque systémique mais celui-ci est difficile à mesurer. On peut cependant la définir comme étant la capacité à réduire le déséquilibre éventuel pouvant émaner de la faillite d'une institution spécialisée dans un système de paiements ou dans la réalisation d'un service particulier.

Ces critères permettent d'élaborer ce que l'on pourrait appeler l'approche prudentielle (*The Supervisory Approach*). Cependant, il demeure difficile d'implémenter un cadre optimal, capable d'évaluer l'importance de ces *SIFIs*. En effet, leurs structures, leurs activités et donc leur exposition au risque systémique varient selon les secteurs. De plus, la crise a montré qu'il était délicat d'anticiper ce risque. C'est pourquoi les régulateurs insistent sur la nécessité d'imposer en parallèle, des mesures quantitatives en matière de prévention des crises, comme par exemple, de nouvelles exigences en capital additionnel (*extra capital requirements*) formant des coussins supplémentaires en fonds propres et offrant une capacité d'absorption des pertes plus importante.

Si ces nouvelles mesures ont vocation à dissuader les institutions financières à devenir plus grosses, ces normes ne devraient cependant pas voir le jour avant

2016. D'autres mesures quantitatives telles que la *Marginal Expected Shortfall*, la *Systemic Risk Measure* ou bien la *Delta Conditional Value-at-Risk* ($\Delta CoVaR$) d'Adrian et Brunnermeier (2011) ont également vu le jour.

Notns que Bisias *et al.* [**10**], ont par ailleurs défini 31 mesures du risque systémique dans la littérature financière.

3.3.3 Mesurer le risque systémique

Dans ce paragraphe nous proposons de présenter succinctement deux mesures de risque systémique que sont la *Marginal Expected Shortfall* (Acharya *et al.*, 2010) et la *Systemic Risk Measure* (Brownlees et Engle, 2011 et Acharya, Engle et Richardson, 2012) :

- la *Marginal Expected Shortfall* (*MES*) d'une firme peut être calculée par la moyenne des rendements de celle-ci, pondérée aux $\alpha\%$ pires rendements journaliers de marché. En d'autres termes, la *MES* mesure l'augmentation du risque en tenant compte de la hausse marginale du poids de l'institution financière dans le système financier. On obtient alors la contribution marginale au risque systémique d'une institution par le biais de l'*Expected Shortfall* (*ES*) ;
- pour tenir compte du bilan de la firme (niveau de capitalisation, passifs), les économistes Brownlees et Engle (2011) suivis d'Acharya, Engle et Richardson (2012) ont proposé la *Systemic Risk Measure*. Cette dernière correspond à l'*Expected Capital Shortfall*. L'institution financière qui aura le montant de capital le plus important sera alors considérée comme la plus contributrice au risque systémique.

Les résultats des travaux de recherches des économistes Benoit S. *et al.*, (2014) [**7**] indiquent que la meilleure mesure du risque systémique varie selon les objectifs considérés. En effet, en comparant de manière théorique et empirique les modèles, on constate que la *SRISK* et la $\Delta CoVaR$ permettent de distinguer au mieux les firmes à fort caractère systémique. Néanmoins, la première présente l'avantage de tenir compte du bilan de l'institution (passif, niveau de capitalisation, *etc.*) et donc, d'identifier les SIFIs.

Par ailleurs, s'il s'agit de regarder la contribution au risque systémique de chaque institution financière alors les méthodes *MES* et *SRISK* sont les plus adaptées. Finalement, selon les auteurs, la *Systemic Risk Measure* semble être le meilleur compromis puisqu'elle permet de tenir compte à la fois de l'interconnectivité des firmes ("*too interconnected to fail*") et à la fois de la taille ("*too big to fail*").

Cadre 5 : le risque systémique dans le secteur de l'assurance

En juillet 2011, sous les recommandations du *Financial Stability Board*, l'*International Association of Insurance Supervisors* (*IAIS*) a rédigé un rapport développant une méthode d'identification des *SIFIs* dans le secteur de l'assurance (*i.e.* G-S2s). En effet, afin d'appréhender au mieux le risque systémique, il est nécessaire d'établir un cadre optimal et une régulation efficiente à chaque secteur.

C'est donc en ce sens que la Geneva Association a participé majoritairement aux recherches en proposant deux articles (*Systemic Risk in Insurance : an analysis of insurance and financial stability et Key Financial Stability in Insurance*). Ces publications décrivent les liens existants entre le secteur de l'assurance et la stabilité financière.

Le modèle économique de l'assureur est différent de celui des banques puisqu'il se fonde sur la Loi des Grands Nombres. Ainsi, en pratique, l'augmentation du portefeuille de la firme diminue la probabilité de subir de grandes pertes grâce au gain à la diversification que lui procure cette hausse. Toutefois, les compagnies d'assurances restent exposées aux risques financiers traditionnels (risque de crédit, risque opérationnel et risque de marché) et bien que l'impact de la crise financière soit resté limité dans ce secteur, le risque de propagation demeure réel.

Les critères retenus s'inspirent de l'approche menée par le *Basel Committee on Banking Supervision* et tiennent compte de la spécificité du secteur de l'assurance. Les cinq catégories sont la taille, l'activité, l'interconnectivité, les activités non traditionnelles et de non-assurances ainsi que la substituabilité. Notons que les activités non traditionnelles (utilisation des *Credit Default Swaps* par exemple) et de non-assurances sont les seuls indicateurs faisant explicitement référence aux compagnies d'assurances. Sous ce cadre, le *FSB* a identifié neuf G-S2s :

Allianz SE
American International Group, Inc (AIG)
Assicurazioni Generali S.p.A
Aviva plc
Axa S.A.
MetLife, Inc.
Ping An Insurance (Group) Company of China, Ltd
Prudential Financial, Inc.
Prudential plc.

Chapitre 4

La valeur en risque

La gestion des risques tente de quantifier les pertes auxquelles s'exposent les entreprises au travers de ses activités. La valeur en risque ou *Value-at-Risk* (*VaR*) a été intégrée la première fois dans le secteur bancaire pour répondre à la réforme de Bâle 2 (2004) et aujourd'hui, les récentes crises économiques et financières en ont généralisé son usage. La *Value-at-Risk* s'est également répandue dans le secteur de l'assurance grâce notamment à la réforme Solvabilité 2. Ce chapitre s'intéresse donc particulièrement à cette mesure de risque et ses assimilés, en présentant leurs avantages, leurs inconvénients ainsi que les différentes approches qui en découlent. C'est à partir de ce travail que nous nous interrogerons sur la méthode à utiliser dans le cadre de ce mémoire. Rappelons en effet qu'il s'agit ici d'implémenter un modèle de *VaR* qui approxime au mieux le risque de crédit du portefeuille d'obligations de Groupama Paris Val de Loire.

4.1 Présentation générale

« Combien, au maximum, je peux perdre sur cet investissement ? » est la question que chaque investisseur s'est probablement posé en investissant dans un ou plusieurs actifs risqués. Pour y répondre, le concept de la *VaR* semble être une bonne alternative. Simple et utilisée par tous, elle offre également l'avantage d'être une mesure prospective du risque.

4.1.1 Historique

Ses origines peuvent être retracées dès les années 1920, lorsque le *New York Stock Exchange* (*NYSE*) impose aux entreprises membres des exigences en capital. Les firmes doivent alors détenir du capital à hauteur de 10% par rapport à leurs créances clients. Puis, c'est dans les années 1950 que Markowitz publie un texte sur la *Value-at-Risk* dans lequel il propose d'incorporer une matrice de covariances entre facteurs de risque afin de tenir compte des effets de couverture

et des effets de diversification dans un portefeuille efficient (*i.e.* présentant un couple risque/rendement optimal). C'est en 1964 que William Sharpe présente le *Capital Asset Pricing Model* (*CAPM*). Celui-ci s'inspire des travaux de Markowitz (1952) et a la particularité de ne s'intéresser qu'à la corrélation entre les rendements d'un titre et les rendements d'un portefeuille de marché. Autrement dit, il ne s'intéresse qu'à un seul facteur de risque : le risque systématique.

C'est seulement à la fin des années 1980 que la *Value-at-Risk* est utilisée sur les marchés financiers américains, puis démocratisée quelques années plus tard (en 1993) par la banque américaine J.P Morgan grâce, notamment, à la publication de sa méthodologie *RiskMetrics*. Cependant, face à la recrudescence de la volatilité des marchés financiers, des crises financières et des faillites, les autorités prudentielles (initialement le Comité de Bâle 2) ont poussé les institutions financières à mettre en place la *Value-at-Risk* comme mesure de risque de référence, faisant de celle-ci une métrique incontournable depuis. En effet, c'est en 2004 que le Comité a préconisé un ensemble de recommandations dont l'utilisation d'une *VaR* à 10 jours avec un intervalle de confiance de 99%.

4.1.2 Concept et propriétés

La *Value-at-Risk* est une mesure probabiliste fondée sur des quantiles et représentant le niveau de perte maximale potentiel, relatif à une position ou un portefeuille, à horizon fixé et pour un niveau de probabilité donné. La définition générale utilisée par les praticiens est la suivante :

> *« La Value-at-Risk correspond au montant des pertes qui ne devrait pas être dépassé pour un niveau de confiance donné et sur un horizon temporel donné ».*

Mathématiquement cela revient à écrire :

$$P[X \leq -VaR_\alpha] = 1 - \alpha \tag{4.1}$$

Statistiquement, la *VaR* se définie pour un taux de couverture de niveau α comme étant le quantile d'ordre α de la distribution de profits et de pertes (*P&L*) relatif à un portefeuille d'actifs pour une période donnée. Soit la valeur du portefeuille au temps t, notée P_t, un niveau de probabilité noté α. La *Value-at-Risk* correspondante, notée $VaR[P;\alpha]$, est le quantile d'ordre α du montant du portefeuille P.

$$VaR[P;\alpha] = F_x^- 1(\alpha) \tag{4.2}$$

La section suivante est chargée d'informer le lecteur sur les différentes méthodes d'approximation de la *VaR*. En effet, on relève actuellement dans la littérature financière trois grandes familles de méthodes : les méthodes historiques (appelées également méthodes non paramétriques), les méthodes paramétriques et les méthodes semi-paramétriques.

4.2 Les différentes méthodes d'estimation de la *Value-at-Risk*

Dans cette section nous allons nous intéresser aux différentes méthodes d'estimation de la *Value-at-Risk*. Trouver quelle méthodologie est la plus adaptée à notre étude nécessite de connaître les hypothèses sous-jacentes et les modèles quantitatifs à utiliser. Le but est donc ici de présenter les plus utilisées et de choisir une méthode appropriée à notre problématique. De manière générale, les facteurs de risque du marché (*i.e.* indices boursiers, taux d'intérêt, cours des titres, *etc.*) ou de crédit (*i.e.* probabilités de défaut) sont des variables qui vont déterminer les risques effectivement portés par l'investisseur. Il faut donc tenir compte de la linéarité (actions) ou non (options, *futures*, *etc.*) du prix des actifs. De plus, les procédés utilisés sont souvent soumis à des discussions : en effet, nombre d'entre eux posent des hypothèses contraires aux faits stylisés des marchés financiers énoncées par Eugène Fama.

Nous pouvons classer les modèles existants en trois catégories : les modèles de type non paramétriques (ou historiques), les modèles paramétriques et les modèles semi-paramétriques. Compte tenu du nombre de modèles existants, nous nous contentons de n'en expliquer que quelques-uns. En effet, leur présentation dépasserait le cadre de ce mémoire.

4.2.1 Les méthodes non paramétriques

Les méthodes dites non paramétriques sont des modèles d'estimation de la *Value-at-Risk* à partir desquelles il n'est pas nécessaire de poser *a priori*, une hypothèse concernant la distribution des pertes et des profits (*P&L*). Elles sont donc une bonne alternative aux méthodes paramétriques puisqu'elles permettent de générer une distribution future en se basant seulement sur les données historiques. Ces méthodes sont les simulations historiques (*HS* ou *Historical Simulation*), les méthodes de *Bootstrapped* (*Bootstrapped Historical Simulation*) et les simulations de Monte-Carlo.

La simulation historique

La méthode la plus utilisée (et la plus simple) pour l'estimation de la *VaR* est la simulation historique. En effet, son approche réduit considérablement l'implémentation de la métrique puisqu'elle ne pose aucune hypothèse explicite concernant la distribution des rendements du portefeuille concerné. La *Value-at-Risk* est donc ici estimée selon les rendements passés et repose sur le principe dit de « la fenêtre déroulante ». Ainsi, la première chose à faire est de choisir un échantillon d'observations sur un horizon allant généralement de 6 à 24 mois puis, de classer les rendements du portefeuille de sorte à ce qu'ils soient rangés dans l'ordre croissant. La *VaR* représente alors la valeur qui laisse $\theta\%$ d'observations d'un côté et $(1-\theta\%)$ de l'autre. En pratique cela revient par exemple,

sur un échantillon de 1 000 observations historiques de rendements et pour un seuil de confiance de 95%, à obtenir la *VaR* comme étant la valeur du rendement correspondant à la cinquantième plus forte perte.
Bien que ce type d'estimation ne nécessite pas d'émettre d'hypothèses explicites quant à la distribution des rendements du portefeuille, il faut noter que cette méthode émet cependant, deux hypothèses implicites fortes et toutefois contestables :

- les rendements $r_1, \ldots, r_t$ sont indépendamment distribués ;
- la distribution des rendements est identique quel que soit l'horizon choisi. Cela implique que l'on suppose que tous les rendements de la série de données ont la même distribution.

De plus, la prévision de la *Value-at-Risk* selon cette méthode apparaît relativement invariante aux changements microstructurels et macroéconomiques puisqu'on suppose implicitement que le passé va se reproduire. Dans ce cas, les estimations seront automatiquement biaisées à partir du moment où le marché passe d'une période de faible (*resp.* forte) volatilité correspondant à l'échantillon d'observations à une période de forte (*resp.* faible) instabilité. C'est le principal défaut de cette méthode historique et cela implique également que le modèle de *VaR* utilisé ne peut être représentatif des évènements extrêmes tant que ces derniers ne se sont pas déjà réalisés (on parle d'effet Péso). Une variante de la méthode de simulation historique peut alors être utilisée. Celle-ci est considérée comme étant une approche hybride, puisqu'elle permet de combiner la méthode de *RiskMetrics* et la méthode historique (*cf.* Boudoukh, Richardson et Whitelaw, 1998).

La méthode du *Bootstrap*

> *« Le Bootstrap est une méthode d'inférence statistique fondée sur l'utilisation de l'ordinateur qui peut répondre, sans formules, à beaucoup de questions statistiques réelles ».*

Voici comment Efron et Tibshirani* définissent la méthode du *Bootstrap*. Cette méthode consiste donc à ré-échantillonner avec remises et un grand nombre de fois, les données des rendements historiques. Dit autrement, c'est une évolution de la méthode historique puisque l'objectif est de générer la distribution des futurs scénarii possibles en se basant sur ces mêmes données historiques. L'avantage est donc une nouvelle fois qu'aucune hypothèse sur l'échantillon n'est nécessaire. Mais la pratique montre qu'utilisée d'une manière adéquate, cette méthode donne des résultats généralement fiables. Finalement, la seule difficulté ici est que la loi de distribution est généralement inconnue et de fait, une hypothèse sur celle-ci est nécessaire.

∗. Efron B. et Robert J. Tibshirani,(1993), "An Introduction to the Bootstrap", *Monographs on Statistics and Applied Probability, 57, Chapman & Hall.*

La méthode de Monte-Carlo

L'utilisation d'une méthode historique conduit à tenir compte des données observées pour générer les éventuelles distributions des *P&L*. En utilisant la méthode de Monte-Carlo, il faut déterminer la distribution qui semble capter au mieux les variables de marché puis, on génère des centaines de changements hypothétiques futurs de ces variables. En d'autres termes, les simulations de Monte-Carlo sont des méthodes probabilistes faisant référence à des procédures aléatoires et ce, en fonction de la loi de distribution de probabilité choisie (généralement une loi Normale). On obtient alors une distribution empirique des futurs scénarii (*i.e. P&L*). Le processus de simulation se fait en deux étapes : premièrement, il faut spécifier les variables stochastiques, estimer les corrélations et les volatilités en fonction des données historiques. C'est dans un second temps que le prix de chacune des variables sera recalculé selon un ensemble de nombres aléatoires. La *Value-at-Risk* est finalement obtenue à partir de la loi de distribution.

La faiblesse de ce type de méthode est qu'elle s'avère être consommatrice en ressources informatiques et en temps. Quant aux avantages, les simulations de Monte-Carlo permettent de ne poser aucune restriction concernant la loi de distribution du risque (bien qu'en pratique, elle est généralement utilisée pour des paramètres de marché de type gaussien). Les résultats ainsi obtenus représentent ce qui pourrait arriver dans le futur et les conséquences associées. De plus, cette méthode s'adapte à n'importe quels actifs financiers (notamment optionnels) et permet de tenir compte des situations adverses extrêmes (queues de distribution épaisses). Enfin, et contrairement aux méthodes déterministes, la méthode de Monte-Carlo tient compte de la sensibilité des variables et identifie celles qui impactent le plus le résultat.

4.2.2 Les méthodes paramétriques

Ces approches supposent explicitement deux hypothèses fortes : les rendements sont normalement distribués et les actifs financiers sont linéaires. Les paramètres étant spécifiés, on déduira la mesure de risque à partir d'un quantile de la distribution estimée. La méthode la plus connue étant sans doute *RiskMetrics*, nous nous intéressons aussi à la méthode Variance-Covariance, modèle également proposé par J.P Morgan.

La méthode *RiskMetrics*

La méthode originale de *RiskMetrics* a été introduite en octobre 1994, elle était robuste et pouvait être utilisée pour de nombreux types d'actifs. Cependant ce modèle n'était applicable que pour des horizons de risque ne dépassant les quelques semaines. C'est pourquoi, elle fut totalement revue en 2006 (*RM2006*), en intégrant dans un premier lieu les derniers apprentissages relatifs à la distribution (queues épaisses, volatilité) puis, dans un second temps en évaluant

les risques allant d'une période d'un jour à un an. L'accent est également mis sur le développement d'une approche universelle avec le moins de paramètres possibles. Notons que dans ce modèle est posée l'hypothèse que les rendements du portefeuille ainsi que les facteurs de risques ont une loi de distribution de type gaussien.

L'approche *RiskMetrics* s'inspire de la méthode Variance-Covariance (*cf.* voir ci-après) : l'idée est ici de faire varier la volatilité dans le temps tout en donnant un poids plus substantiel aux données récentes. Il faut donc placer chronologiquement les rendements historiques en actualisant la volatilité. Le calcul de la covariance est similaire. Une façon de prendre en compte les fluctuations de la volatilité dans le temps est alors d'utiliser un modèle de type *Exponentially Weighted Moving Average* (*EWMA*) sur des données historiques.

Le modèle *RiskMetrics* se décompose alors en deux étapes : l'estimation de la volatilité et l'estimation de la covariance. L'idée ici est que la volatilité a tendance à être plus forte et plus rapide face aux chocs de marché récents, l'utilisation d'un tel modèle permet donc de caractériser cette volatilité par un poids plus important par rapport au temps plus ou moins récent. Par conséquent sous ce modèle, la volatilité du marché diminue exponentiellement, tout autant que le poids du choc diminue. Le paramètre λ représentant le poids attaché à la volatilité passée et ce, par rapport à la volatilité des rendements actuels a une valeur de 0,94 pour un horizon d'un jour et de 0,97 pour un horizon d'un mois.

La méthode Variance-Covariance

Proposée également par J.P Morgan à travers son système *RiskMetrics*, cette méthode s'est rapidement répandue, devenant un standard dans le calcul de la *Value-at-Risk*. Le modèle de Variance-Covariance permet d'estimer la variance d'un portefeuille à partir des corrélations standardisées et de la volatilité de certains actifs seulement. En effet, pour un portefeuille de n actifs, il est difficile de calculer la volatilité et les corrélations de l'ensemble du portefeuille. En effet, supposons par exemple détenir un actif dont les valeurs probables suivent une loi Normale, de moyenne 120 et d'écart-type annuel de 10. Avec un seuil de confiance de 95%, on peut estimer que la valeur de cet actif ne tombera pas sous les 80 (ou ne dépassera pas 120) d'ici un an. Adaptons maintenant le même raisonnement pour un portefeuille d'actifs, l'estimation des paramètres est alors ici bien plus difficile puisque les actifs bougent simultanément. L'idée ici, est donc de remplacer le portefeuille détenu initialement par un portefeuille simplifié ayant, approximativement, le même niveau de risque. Le calcul de la *VaR* se fera sur le portefeuille ainsi obtenu. Pour permettre ce procédé, il est nécessaire de décomposer le portefeuille en k facteurs de risques standardisés (on parle de *risk mapping*).

Le *risk mapping* est une étape essentielle dans la méthode Variance-Covariance puisqu'il permet de rendre les instruments financiers actuels en instruments

standards dans lesquels on associe un seul facteur de risque. Par exemple, une obligation à 10 ans peut se traduire en 10 obligations zéro coupon. Le nombre de corrélations et de variances à implémenter est donc fortement réduit. Prenons un autre exemple simple : dans le cas où nous détenions un portefeuille de 100 actifs, ne pas utiliser le *mapping* ramènerait à calculer 4 950 [†]covariances ainsi que 100 variances.

Cependant, le modèle émet trois hypothèses contestables :
- normalité des rendements ;
- stationnarité des rendements des actifs ;
- relation de linéarité entre les facteurs et la valeur du portefeuille.

Sous ce cadre, si le modèle suppose que les facteurs de risque de marché ont des rendements normalement distribués alors les rendements de chaque portefeuille exposé à ces facteurs seront eux aussi normalement distribués. La difficulté principale ici est donc de tenir compte des corrélations entre les facteurs et de définir les sensibilités. Enfin, deux critiques peuvent être apportées au modèle étudié. La première est que cette méthode convient à des portefeuilles composés uniquement d'actifs linéaires excluant ainsi les options et produits dérivés divers. La seconde critique est propre aux modèles paramétriques et vient du fait que les méthodes d'estimation de la *Value-at-Risk* posent l'hypothèse d'homoscédasticité de la variance. Autrement dit, on suppose ici que la variance demeure inchangée dans le temps. C'est en ce sens que les modèles *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (*ARCH*) et les modèles *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (*GARCH*) proposeront une meilleure estimation de la *VaR* puisqu'ils tiennent compte des éventuelles fluctuations de la variance dans le temps.

4.2.3 Les méthodes semi-paramétriques

Les méthodes semi-paramétriques reposent sur la théorie des valeurs extrêmes et présentent donc l'avantage de s'intéresser aux queues de distribution. Comme leur nom l'indique, celles-ci sont à mi-chemin entre les approches paramétriques et les approches non paramétriques. On distingue deux types de méthodes, celles dites de Cornish-Fisher et celles basées sur des régressions de quantiles. Pour notre étude, nous n'utiliserons pas ce type de méthodes, leur présentation sera alors limitée.

La Théorie des Valeurs Extrêmes (*Extreme Value Theory - EVT*)

Nous avons vu que, généralement, la théorie financière suppose de la normalité des produits financiers. Bien que ceci puisse être soutenable à l'égard des rendements, l'hypothèse concernant les queues de distribution n'en demeure

†. Pour obtenir ce résultat, il faut calculer le nombre de combinaisons possibles en fonction du nombre d'éléments. Sur Excel par exemple, il suffit d'utiliser la fonction COMBI à laquelle on associe le nombre d'éléments.

pas moins contestable. Dans le cas d'un contexte financier difficile (éclatement de bulles, spéculations, *etc.*), on constate en effet que l'utilisation de théories relatives aux valeurs extrêmes semble plus appropriée. À ce sujet, il existe une littérature financière abondante. Nous citons par exemple, Leadbetter, Lindgren et Rootzen (1983) et Embrechts, Klupperlberg et Mikosch (1997).

La Théorie des Valeurs Extrêmes étudie les queues de distribution. Sous ce cadre, il est supposé que les rendements sont *i.i.d* (*i.e* indépendants et identiquement distribués) et la loi de distribution est approchée par une loi de distribution généralisée de Pareto (*Generalized Pareto Distribution – GPD*).

Le modèle CAViaR

Le modèle de *Value-at-Risk* Autorégressive Conditionnelle (*i.e. The Conditional Autoregressive Value-at-Risk – CAViaR*) a été utilisé pour la première fois par les chercheurs Engle et Manganelli en 1999 puis, en 2004 dans leur article "CAViaR : *Conditional Autoregressive Value-at-Risk by Regression Quantiles*" [**25**]. L'idée est ici de modéliser, non pas la loi de distribution mais directement le quantile en utilisant des méthodes de régression de quantiles.

En plus d'être facilement compréhensible, la *VaR* offre l'avantage de pouvoir être estimée à partir de plusieurs types de modèles (paramétriques, non paramétriques, semi-paramétriques). Le concept de la *VaR* existe également sous différentes formes, que ce soit la *Value-at-Risk* conditionnelle, marginale ou bien incrémentale. La section suivante s'intéresse alors à ces autres modèles de *VaR* en proposant une présentation succinte.

4.3 Panel des différents modèles de *Value-at-Risk*

Dans cette section, nous nous intéressons aux différents modèles de *Value-at-Risk* que l'on peut trouver dans la littérature financière. L"intérêt de ces modèles est qu'ils répondent à des objectifs différents et peuvent, comme la *VaR* conditionnelle, présenter de meilleures propriétés mathématiques.

4.3.1 La *Value-at-Risk* conditionnelle ou *Expected Shortfall*

La *Value-at-Risk* s'est largement démocratisée au cours de ces dernières décennies, elle présente toutefois des caractéristiques mathématiques contestables. En effet, comme nous l'avons vu précédemment, une mesure de risque dite cohérente doit respecter la propriété de sous-additivité, ce qui n'est pas le cas ici. Dans cette section nous présentons une mesure de risque extrême qu'est l'*Expected Shortfall* (*ES*), appelé également la *Value-at-Risk* conditionnelle.

Cette dernière est connue pour avoir de meilleures propriétés mathématiques que la *VaR* (Artzner *et al.*, 1999 [**3**]) puisqu'elle respecte les propriétés de cohérence de risque. Bien moins utilisée par les financiers, elle tend cependant à se démocratiser dans le secteur de l'assurance (Embrechts *et al.*, 1997). En effet, si la *Value-at-Risk* permet de connaître, pour un seuil de probabilité, le montant maximal potentiel qu'un investisseur peut perdre sur un placement, elle ne donne cependant aucune information concernant le montant de la perte conditionnellement au dépassement de seuil. Pourtant ce sont ces pertes extrêmes qui déstabilisent le plus la stabilité financière.

La *Value-at-Risk* conditionnelle permet donc de calculer, à partir d'un niveau de seuil α, la perte moyenne que subira la firme, c'est-à-dire l'espérance de la perte lorsque celle-ci dépasse le seuil α et permet *in fine*, d'apporter de l'information supplémentaire par rapport à la *VaR*. Mathématiquement, on a :

$$CVaR_\alpha = E[-X|X < -VaR_\alpha(X)] \tag{4.3}$$

4.3.2 La *Value-at-Risk* marginale

« De combien varie la *VaR*, si je solde cette position ? ». La *Value-at-Risk* marginale permet de répondre à cette question puisqu'elle mesure le niveau de risque qu'apporterait l'ajout ou le solde d'une position dans le portefeuille. Il est donc ici facile d'identifier l'actif le plus générateur de risque et de mesurer sa contribution au risque. Ce modèle permet d'apporter également un élément de réponse à la question : « quel(s) actif(s) dois-je retirer pour optimiser mon portefeuille et ainsi avoir le meilleur arbitrage rentabilité-risque ? ».

Cela implique alors de tenir compte de la corrélation existante entre les actifs (*i.e.* un actif vis-à-vis du portefeuille). Trois possibilités dans ce cas :

- corrélation positive $\rho > 0$, la contribution au risque du portefeuille est égale à la *VaR* de cette position. Dit autrement, le risque du portefeuille augmente d'un même montant que le niveau de la *VaR* de l'actif ;
- corrélation négative $\rho < 0$, effet inverse de la corrélation positive, la contribution est ici inversée par rapport au portefeuille. Ainsi, acheter une position reviendrait à diminuer le risque du portefeuille du même montant de la *VaR* de l'actif ;
- absence de corrélation $\rho = 0$. Dans ce cas, l'augmentation du risque dans le portefeuille est négligeable.

4.3.3 La *Value-at-Risk* incrémentale

La *Value-at-Risk* incrémentale (*IVaR*) est très similaire au modèle de *VaR* présenté ci-dessus. Néanmoins, cette deuxième méthode permet de tenir compte de la variation de risque résultant de l'ajout ou de la suppression d'une position (entière), alors que la *VaR* marginale mesure l'impact d'un éventuel changement des pondérations d'un actif dans un portefeuille.

Il est donc possible d'estimer la variation du niveau de risque en augmentant la valeur d'une position de seulement quelques euros. En d'autres termes, comme la *Value-at-Risk* marginale, la *Value-at-Risk* incrémentale permet de mesurer la contribution au risque d'un actif.

Par exemple, nous pouvons imaginer détenir dans notre portefeuille 100 u.c de l'action Total. Le nombre d'actions Total passe maintenant à 110 u.c, la *Value-at-Risk* du « nouveau » portefeuille va donc augmenter de $((110/100)-1)\times 100 = 10$. Cela revient à dire que si l'on doublait les investissements des actifs déjà détenus, alors le montant de la *VaR* serait elle aussi deux fois plus importante.

Intuitivement cela revient à dire que, calculer le risque propre à chaque actif i contenu dans le portefeuille p, *via* un modèle incrémenté, amènerait à calculer la *Value-at-Risk* du portefeuille. C'est-à-dire, $\Sigma IVaR_i = VaR_p$. Cette égalité est importante puisqu'elle définit la propriété de sous-additivité et rend cohérente la *Value-at-Risk* incrémentale.

Nous venons de voir que la *Value-at-Risk* était largement utilisée pour le risque de marché, mais elle peut également être adaptée au risque de crédit. Le paragraphe suivant traite de ce sujet et présente le système *CreditMetrics* (J.P Morgan) et le *CreditRisk+*, modèle établi par la banque Credit Suisse Financial Products (*CSFP*). Pour mieux comprendre le fonctionnement des modèles d'évaluation du risque de crédit, nous avons fait le choix de présenter deux exemples numériques du modèle *CreditMetrics*. Ces exemples sont tirés du document technique mis en ligne par la banque J.P Morgan.

4.4 Utilisation de la *Value-at-Risk* pour le risque de crédit

Dans cette section, nous nous intéressons particulièrement au risque de crédit. Il existe de nombreux modèles d'évaluation de ce risque et l'idée ici est de présenter les deux principaux : le modèle *CreditMetrics* de la banque américaine J.P Morgan et le modèle suisse *CreditRisk+*.

4.4.1 Le modèle *CreditMetrics*

Le *CreditMetrics – Technical Document* est un article proposant un cadre analytique et une méthodologie pour la gestion du risque de crédit en fonction des éventuelles variations de la valeur de la dette suite à un changement de notation. Contrairement au risque de marché, dont les données sont directement observables et disponibles en quantité, la gestion du risque de crédit nécessite de construire un modèle de ce que l'on peut directement observer, c'est-à-dire à partir de la volatilité de la valeur du crédit suite à un changement de *rating*. Autrement dit, cette approche consiste à analyser la distribution de la valeur

future d'un portefeuille de crédits en fonction des possibles migrations de *rating* (y compris le défaut) et de calculer le risque à partir de l'écart-type et d'un quantile. Pour illustrer nos propos, prenons un exemple tiré du *CreditMetrics – Technical Document.*

Exemple numérique : distribution de la valeur future d'une obligation

Supposons que notre portefeuille est composé d'une obligation d'une valeur nominale 100 notée BBB et arrivant à maturité à 5 ans. L'exercice consiste à évaluer la distribution de la valeur future de l'obligation pour l'horizon choisi et ce, en fonction de la qualité de crédit de l'émetteur. Les qualités de crédit utilisées pour cette méthode vont du meilleur *rating* AAA à la situation de défaut de l'émetteur (caractérisée par le *rating Default*). L'idée est ici d'associer à chaque qualité de crédit une probabilité d'occurrence définissant le risque pour l'emprunteur de se voir attribuer en $t+1$, l'une ou l'autre note sachant le *rating* actuel. Ce n'est rien d'autre qu'une matrice de passage (disponible en *Annexes*). Ainsi pour une notation initiale en $t=0$ de BBB, la probabilité de passer à la notation supérieure (*i.e. rating* A) est de 5,95% et à l'inverse, le risque d'être dégradé en situation de défaut demeure très faible (0,18% soit environ une chance sur cinq). Une fois les probabilités de migrations obtenues, le taux de recouvrement est évalué en fonction de la séniorité de la dette.

Concernant l'horizon temporel, la pratique veut qu'une période d'une année soit choisie. En effet, il est intuitif de penser que les portefeuilles de crédits ont tendance à se renouveler moins vite que les portefeuilles de marché, de plus, cela permet de rester en cohérence avec la plupart des cycles du *business plan* (budget annuel, *etc.*).

Pour obtenir la valeur de l'obligation à la suite d'une dégradation de la qualité de crédit, il faut utiliser les courbes de taux zéro coupon. Pour notre exemple, nous utiliserons celles disponibles dans le *Technical Document.* Ces taux permettent d'actualiser les *cash-flows* entre l'horizon choisi et la maturité de l'obligation. À ce stade, nous disposons de toutes les informations concernant la volatilité compte tenu du *rating* et il est maintenant possible de construire la distribution des valeurs que peut prendre l'obligation (notée BBB en t) sur l'horizon fixé $(t+1)$ puis, nous en déduirons la moyenne et l'écart-type du portefeuille considéré et donc, son risque.

Rappelons l'exemple, nous avons une obligation à maturité 5 ans, notée BBB, avec un taux de 6%. On en déduit que chaque année, le détenteur de l'obligation recevra 6 euros sauf si la qualité de celle-ci est réévaluée (à A par exemple) auquel cas il faudra recalculer les *cash-flows* futurs compte tenu de la courbe des taux correspondante.

TABLE 4.1 – Taux zéro-coupon par année de maturité et selon le *rating*

Rating / Années	0	1	2	3	4
AAA		3,60%	4,17%	4,73%	5,12%
AA		3,65%	4,22%	4,78%	5,17%
A		3,72%	4,32%	4,93%	5,32%
BBB		4,10%	4,67%	5,25%	5,63%
BB		5,55%	6,02%	6,78%	7,27%
B		6,05%	7,02%	8,03%	8,52%
CCC		15,05%	15,02%	14,03%	13,52%

TABLE 4.2 – Valeur potentielle de l'obligation selon les probabilités de migration

Rating à la fin de l'année	*Probabilité (%)*	*Valeur réévaluée*
AAA	0,02%	109,35
AA	0,33%	109,17
A	5,95%	108,64
BBB	86,93%	107,53
BB	5,30%	102,01
B	1,17%	98,09
CCC	0,12%	83,63
Default	0,18%	51,13

On obtient alors :

$$V = 6 + \frac{6}{(1+3,72\%)} + \frac{6}{(1+4,32\%)^2} + \frac{6}{(1+4,93\%)^3} + \frac{6}{(1+5,32\%)^4} = 108,64$$

TABLE 4.3 – Calcul de l'écart-type

Moyenne	107,07
Variance	10,11
Ecart-type	3,18

Exemple numérique avec un portefeuille de deux obligations

Présentons le cas maintenant d'un portefeuille de deux obligations. La méthode utilisée est la même que pour une obligation à la différence près où il est ici nécessaire d'utiliser un tableau à deux dimensions où sont représentées les qualités de crédits de chacune des obligations ($Rating_{Obligation1}$ et $Rating_{Obligation2}$).

Notons ici que les *ratings* sont considérés comme indépendants. Cependant, cette hypothèse est difficilement soutenable au sein d'un portefeuille de crédit

puisqu'en pratique, il existe des corrélations positives entre les améliorations (*resp.* les dégradations) de *ratings* au sein d'un même secteur économique voire d'une même zone géographique. La question est donc de connaître les impacts que peuvent créer ces évolutions de notation sur le risque du portefeuille. La pauvreté des données disponibles rend toutefois la mise en place d'une matrice de corrélations difficile. En pratique, déterminer la corrélation entre deux obligations revient dans notre cas à utiliser une loi Normale bivariée.

Pour l'illustrer, prenons le cas de deux obligations dont l'une est notée A et l'autre BBB. La démarche reste la même jusqu'au calcul de la matrice des probabilités jointes : nous posons une hypothèse de dépendance à hauteur de 20%. Sur le tableur Excel, la fonction de loi Normale bivariée n'existe pas, il faut alors utiliser *VBA* pour la créer. Notons qu'un code *VBA* est fourni par J.Hull et est disponible en *Annexes*. Nous obtenons les résultats suivants :

		Rating of company #2							
Rating of company #1		AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Default
			3,12	*1,98*	*-1,51*	*-2,30*	*-2,72*	*-3,19*	*-3,24*
AAA		0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
AA	*3,54*	0,0%	0,0%	0,3%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
A	*2,70*	0,0%	0,3%	5,5%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
BBB	*1,53*	0,1%	1,9%	79,4%	4,7%	0,6%	0,2%	0,0%	0,0%
BB	*-1,49*	0,0%	0,0%	4,6%	0,5%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%
B	*-2,18*	0,0%	0,0%	1,0%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
CCC	*-2,75*	0,0%	0,0%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Default	*-2,91*	0,0%	0,0%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%

FIGURE 4.1 – Calcul des probabilités jointes pour un portefeuille de deux obligations (Excel)

La probabilité de se retrouver dans le même état du monde (*i.e.* notations identiques) à la période suivante est effectivement la plus importante ici pour les deux obligations (79,4%). On constate également qu'avec un niveau de corrélation de 20%, la probabilité que la dégradation de la qualité de crédit de l'une des obligations conduise à la dégradation de l'autre obligation demeure faible, voire nulle. Pour un portefeuille de n obligations, il suffit de répéter ce processus pour chaque paires d'obligations en portefeuille ce qui semble *a fortiori* difficilement réalisable pour un portefeuille réel.

L'approche voulue par la banque J.P Morgan *via* son système *CreditMetrics* est alors de relier les corrélations entre deux emprunteurs dans un ensemble d'indices de Pays-Industries. De cette manière, nous en déduirons les corrélations entre chacun des actifs contenu dans le portefeuille.

Soient, ABC et XYZ. La première étape consiste à chercher la corrélation entre ces deux titres, sachant que ABC a une activité dans l'industrie de produits chimiques (Etats-Unis). Quant à XYZ, il participe à hauteur de 75% dans l'assurance et 25% dans la banque (Allemagne). De plus, 90% de la volatilité

du rendement des actions de l'emprunteur ABC vient de la volatilité de l'indice américain des produits chimiques. Par ailleurs, 80% de la volatilité du rendement de XYZ est expliquée par la volatilité du secteur bancaire et assurantiel allemand.

TABLE 4.4 – Volatilités et corrélations par Pays-Industries

		Corrélations		
	Volatilité	E.U Chim	All. Ass	All. Banque
E.U. Chimie	2,03%	1	0,16	0,08
All. Assurance	2,09%	0,16	1	0,34
All. Banque	1,25%	0,08	0,34	1

Considérons deux variables aléatoires notées, $r^{(USC_m)}$ et $r^{(ABC)}$ où toutes les deux représentent respectivement les rendements standardisés de l'indice américain des produits chimiques et les rendements standardisés spécifiques à ABC. Et $\hat{r}^{(USC_m)}$ et $\hat{r}^{(ABC)}$ sont les rendements idiosyncratiques des deux entreprises. On note ainsi le montant des rendements standardisés de ABC comme :

$$r^{(ABC)} = w_1 \times r^{(USC_m)} + w_2 \times \hat{r}^{(ABC)} \tag{4.4}$$

où, $w_1 = 90\%$ et $w_2 = \sqrt{1 - w_1^2} = 44\%$ sous l'hypothèse des rendements standardisés.
Pour obtenir XYZ, on calcule la volatilité en fonction des poids de chaque secteur puis, on éclate les poids de sorte à ce que la volatilité des rendements de l'indice soit équivalente à 80%. Le calcul des poids standards des indices est le suivant :

$$w_i = \alpha \times \frac{\hat{w_i} \times \sigma_i}{\hat{\sigma}} \tag{4.5}$$

Ainsi, le poids des assurances et des banques dans l'indice allemand est :

$$0,8 \times \frac{0,75 \times \sigma_{DeIn}}{\hat{\sigma}} = 0,74$$

$$0,8 \times \frac{0,25 \times \sigma_{DeIn}}{\hat{\sigma}} = 0,15$$

Il faut maintenant déterminer le montant total des rendements standardisés de XYZ puis, dans un second temps, nous en déduirons les rendements de l'emprunteur ABC et ceux de XYZ. Puisque $r^{(USC_m)}$ et $\hat{r}^{(ABC)}$ sont indépendants vis-à-vis des autres rendements, on peut calculer la corrélation entre ABC et XYZ :

$$\rho(ABC, XYZ) = 0,90 \times 0,74 \times \rho(USC_m, De_{In}) + 0,90 \times 0,15 \times \rho(USC_m, De_{Ba}) \tag{4.6}$$

$$\rho(ABC, XYZ) = 0,11$$

Maintenant que nous avons la corrélation entre ces deux obligations, il suffit de renouveler le calcul pour chaque paires d'obligations du portefeuille pour obtenir une matrice de corrélations. Une fois cette dernière obtenue, il suffit de générer en se basant sur une loi Normale, des scénarii pour chacun des actifs. Nous obtiendrons alors les valeurs possibles que peut prendre le portefeuille et nous en déduirons le risque associé.

À la fin de l'année 1996, le Groupe Crédit Suisse a présenté un modèle d'évaluation du risque de crédit. Celui-ci présente l'avantage d'être adapté pour chaque type d'instruments : les obligations, les prêts mais également les produits dérivés. Dans le paragraphe suivant nous proposons de faire une présentation succincte de ce modèle.

4.4.2 Le modèle *CreditRisk+*

CreditRisk+ [**19**] est une méthode statistique qui ne s'intéresse qu'à la probabilité de défaut, c'est-à-dire qu'elle ne tient compte que de deux situations : la situation de défaut et la situation de non-défaut. Autrement dit, cette probabilité est alors définit comme étant une variable aléatoire tenant compte de la volatilité des taux de défaut. L'idée ici est de déterminer *in fine* le montant de fonds propres nécessaire à couvrir le risque de pertes lié à un défaut imprévisible tout en tenant compte des éventuels liens de corrélations entre ces faillites.

Le portefeuille est alors divisé en plusieurs sous-portefeuilles propres à chaque secteur d'activités. Pour ce faire, les *inputs* utilisés sont les expositions individuelles au crédit, le taux de défaut des obligations, les volatilités des taux de défaut et le taux de recouvrement :

- *CreditRisk+* permet la prise en compte des expositions individuelles de tous types d'instruments financiers qui s'exposent au risque de crédit ;
- le taux de défaut fait référence aux *ratings*. Ce taux se définit comme étant la probabilité d'être en situation de défaut en $t+1$ et ce, en fonction de la qualité de l'émetteur en t. À la différence du modèle précédent, la probabilité de défaut est ici en entrée et non en sortie ;
- cet *input* découle du précédent. En calculant auparavant la moyenne des taux de défaut, les variations de ces taux par rapport à la moyenne permettent d'identifier la volatilité ;
- comme pour le modèle *CreditMetrics*, le taux de recouvrement dépend du type d'industrie pris en considération ainsi que du type de séniorité de la dette.

À partir de là, l'implémentation du modèle se fait en deux temps : le calcul de la fréquence des défauts et celui du niveau de pertes. La distribution des pertes est alors obtenue. L'hypothèse principale retenue ici est que les probabilités de défaut restent homogènes dans le temps, on ne cherche donc pas ici à connaître les causes de la faillite. La distribution représentant alors la situation de défaut dans le portefeuille peut être modélisée par une loi de Poisson voire, par l'utilisation

des matrices fournies par les agences de notations joignant les qualités de crédit à ces probabilités de défaut. Ce modèle est dit « actuariel » et est considéré au même titre que le *CreditMetrics*, comme une référence dans la mesure du risque de crédit. En effet, un des avantages de cette méthode est qu'elle demande peu d'information en *inputs*. En effet, comme nous l'avons vu ci-dessus seuls les taux de défaut, leur volatilité ainsi que les taux de recouvrement sont nécessaires. De plus, le processus de modélisation est disponible en ligne à travers un *Technical Document*. Par ailleurs, cette méthode n'en est pas moins critiquable puisque *a priori*, celle-ci ne tient pas compte des éventuelles réévaluations de la note de crédit et se base seulement sur une variable discrétionnaire : le défaut ou le non-défaut. En d'autres termes, le modèle est statique dans le temps.

Enfin, alors que les corrélations sont prises en compte à travers les défauts individuels, force est de constater que le modèle n'en tient pas rigueur entre les différents secteurs d'activités.

Nous venons de voir qu'il existait beaucoup de modèles pour estimer la *VaR* où chacun d'entre eux présentent des avantages et des inconvénients. Pour conclure ce chapitre, la section suivante s'intéresse maintenant aux limites inhérentes au concept de la *Value-at-Risk*.

4.5 Les limites de la *Value-at-Risk*

Bien que sa simplicité en ait fait sa popularité, la *Value-at-Risk* n'en est pas moins critiquée. Utilisée initialement dans les salles de marché, la *VaR* s'est démocratisée au sein des institutions financières qui voient en elle, la possibilité de mesurer les risques tout en tenant compte plusieurs actifs. Ainsi, un gestionnaire peut, par exemple, mesurer la performance de son portefeuille par rapport au *benchmark* (*VaR* relative), c'est-à-dire la volatilité du rendement du portefeuille, tout en distinguant les sous et surperformances du portefeuille (à la différence d'une *tracking error*[‡]). Néanmoins, chaque mesure de risque présente ses propres limites. En effet, la *Value-at-Risk* ne donne aucune information concernant le montant des pertes dans le cas d'une survenance d'une situation adverse extrême.

Finalement, tout le contenu informationnel est ici réduit à un simple nombre. C'est pourquoi, la réforme Solvabilité 2 exige des assureurs qu'ils analysent des scénarii « catastrophes » *via* l'utilisation de *stress-tests* pour évaluer entre autres, les queues de distribution. De plus, même si l'évaluation de la *VaR* est correcte (à 95% par exemple), qu'adviendrait-il dans le cas de la survenance d'une catastrophe (*i.e.* les 5% restants), à combien s'évaluerait la perte ? Aucune réponse ne peut être apportée ici avec cette métrique.

‡. La *tracking error* permet de mesurer l'écart entre la performance d'un portefeuille et son *benchmark*. Une *tracking error* de 1% signifie que dans 2/3 des cas, la performance se situe dans l'intervalle $[-1\%; 1\%]$.

Par ailleurs, Artzner *et al.*, (1999) [**3**] ont montré que la *Value-at-Risk* d'une somme pouvait, sous des conditions de non-normalité, excéder la somme des *VaR* associées à chacun des termes. L'effet de diversification peut donc ne pas être positif. Autrement dit, cette mesure de risque ne favorise pas toujours la diversification et la propriété de sous-additivité n'est donc pas vérifiée. Troisièmement, la *Value-at-Risk* peut être identique pour deux portefeuilles distincts. Cette égalité ne signifie pas pour autant que le niveau de risque est le même. Des études (Longin, 2001 et Tsai, 2004) suggèrent alors d'utiliser l'*Expected Shortfall* pour pallier à ce problème. Enfin, alors que la *VaR* historique apparaît être la méthode la plus utilisée par les praticiens, la pratique montre que les évènements passés ne sont pas de bons prédicteurs des évènements futurs. Pourtant la majorité des mesures de *Value-at-Risk* utilise des données historiques à un degré plus ou moins élevé : ainsi, comme son nom l'indique les simulations sur la *VaR* historique n'utilisent que des données antérieures ; la méthode Variance-Covariance (dans une moindre mesure) se base également sur des données historiques pour générer la matrice variance-covariance.

Le même constat peut être fait pour les simulations de type *Bootstrap* puisqu'elles génèrent des tirages avec remises dans un échantillon historique. Pour finir, même si la *Value-at-Risk* peut être calculée trimestriellement ou annuellement, la pratique veut qu'elle soit le plus souvent implémenter à horizon court terme (journalier, hebdomadaire, voire quelques semaines). Les raisons à cela peuvent être que les services financiers utilisant cette métrique sont plutôt intéressés par la gestion des risques au jour le jour et sont donc moins concernés par une vision de long terme. Cependant, l'estimation de la *VaR* à court terme semble être plus facilement réalisable et de meilleure qualité que l'estimation à plus long terme.

Finalement, ce chapitre nous montre que chaque modèle et chaque méthode d'estimation présente à la fois des avantages et à la fois, des inconvénients. La théorie du risque est finalement encore à ce jour à la recherche d'une métrique efficiente, capable de prendre en compte les risques extrêmes et les caractères inhérents au risque de crédit (*i.e.* loi de distribution leptokurtique et *left-skewed*). L'objectif ici était d'identifier et de définir quels sont les atouts majeurs de chacun d'entre eux et *in fine*, de choisir le modèle correspondant à nos attentes. De fait, à travers ce chapitre, nous avons vu que les méthodes d'estimation de type Monte-Carlo sur la *Value-at-Risk* voire, sur la *Value-at-Risk* conditionnelle semblaient effectivement pertinentes, puisqu'elles permettent *a priori* de tenir compte des risques extrêmes.

Cependant, comme nous l'avons précisé dans le chapitre des risques financiers (*Chapitre 3*) de cet écrit, le risque de défaut a une place prépondérante dans l'explication du risque de crédit, il est donc nécessaire d'en tenir compte. C'est pourquoi notre choix s'est porté sur un modèle de *VaR* crédit de type *Credit-Metrics*.

Chapitre 5

Implémentation du modèle *CreditMetrics*

Dans ce chapitre, nous mettons en place un modèle d'évaluation du risque de crédit. L'idée ici est de se baser sur le modèle *CreditMetrics*, modèle qui permet d'estimer le risque de crédit en évaluant la variation de la valeur de la dette, suite à une éventuelle évolution de *rating* des actifs en portefeuille.

Dans un premier temps, nous présenterons notre démarche opérationnelle puis, dans un second temps, nous aurons un regard critique sur les résultats obtenus et nous identifierons d'éventuels points d'améliorations à apporter à cette étude.

5.1 La modélisation

L'implémentation du modèle passe avant tout par l'inventaire des données nécessaires. Dans un souci de simplicité, nous avons choisi de nous baser sur les *inputs* et les procédures du *Technical Document* de la banque J.P Morgan et de son système *CreditMetrics*. Cependant, sous ces conditions, nous nous exposons à d'éventuelles erreurs de paramètres compte tenu de l'ancienneté des données utilisées (1996). En effet sous ce cadre, nous supposons que ces données sont homogènes et donc toujours d'actualité. Cette hypothèse est contre intuitive si l'on s'en tient à la matrice de transition (représentant la probabilité de se trouver dans l'un ou l'autre *rating* sachant la notation actuelle), car celle-ci doit logiquement varier au cours du temps afin de tenir compte des périodes de croissance ou de récession économique. En d'autres termes, il est rationnel de penser que les firmes sont plus vulnérables à une réévaluation du *rating* dans un contexte de ralentissement économique et inversement.

Les sections suivantes auront une approche résolument plus opérationnelle que les précédents et illustrent la mise en place d'un modèle de risque de crédit dans le cadre de la réforme Solvabilité 2. Dans un souci de confidentialité, cette étude s'est voulue restreinte sur une partie du portefeuille d'obligations de Groupama Paris Val de Loire.

Tout d'abord, nous rappelons au lecteur qu'une présentation du modèle pour un portefeuille composé d'une obligation et de deux obligations est faite au *Chapitre 4* de cet écrit. Initialement, le portefeuille d'obligations de Groupama Paris Val de Loire est composé de 170 titres dont les notations vont de AAA (pour la plus haute) à BB (pour la plus basse) avec, pour chaque titre, une maturité différente. Sa valeur totale de marché s'élève à 244,36 millions d'euros. Pour notre étude, nous avons fait le choix de le réduire à 20 obligations.

La modélisation se fait en deux temps : le premier temps sera destiné à identifier la matrice des corrélations individuelles à partir d'une matrice d'indices Pays-Industries. Dans un second temps, nous utiliserons un logiciel de statistiques pour générer des scénarii et estimer *in fine* le risque du portefeuille. La première difficulté du modèle réside dans le calcul des corrélations individuelles entre actifs. En effet, la tâche est plus délicate pour un portefeuille composé de n obligations puisque cela revient à utiliser un modèle multifactoriel.

Le modèle *CreditMetrics* propose alors de calculer ces corrélations à partir d'une matrice de corrélations Pays-Industries. Autrement dit, l'idée est d'identifier pour chacune des entreprises les secteurs industriels auxquelles elles appartiennent, auquel cas il sera possible d'établir une matrice de corrélations entre les industries. Pour ce faire, *CreditMetrics* recommande de se baser sur les données de l'index *MSCI* ou d'utiliser l'index *MSCI Worldwide* au cas où les données ne seraient pas disponibles.

5.1.1 Portefeuille de l'étude et identification des couples Pays-Industries

Le portefeuille est composé de 20 titres de dette (soit 12% du portefeuille) et balaie une zone de notation allant de AAA à BB pour une valeur totale de marché de 24 millions d'euros (environ 10% du portefeuille).

Le tableau suivant présente le portefeuille retenu pour l'étude, le *rating* pour chacun des titres de dettes ainsi que leur valeur de marché.

TABLE 5.1 – Portefeuille retenu pour l'étude

Libellés	Ratings	Valeur de marché
ABERTIS 5,125%07-120617	BBB	1 524 420
ALSTOM 2,875%10-051015	BBB	617 370
AREVA 3,875%09-230916 EMTN	BBB	584 843
ARKEMA 4%10-251017	BBB	1 207 965
B.SANTANDER TOTTA 3,25%09-1014	BB	1 900 000
BPCE 3,90%04-15 TSR	A	507 125
CASINO GUI.4,472%040416 EMTN	BBB	213 670
CR.AGR.5,875%09-110619 EMTN	A	2 408 700
DAIMLER 2,625%12-020419	A	1 615 950
EDF 5%08-050218	A	1 152 200
JC DECAUX 2%13-080218	BBB	620 610
KLEPIERRE 4%10-130417	A	1 524 110
ORANGE 3,375%10-160922 EMTN	BBB	556 925
RCI BANQUE 1,75%13-060716 EMTN	BBB	814 280
SCHNEIDER 4%05-110817 EMTN	A	1 100 700
SEB 2%14-190221	A	1 443 820
SOC.GENERALE 4%13-070623 EMTN	BB	2 168 400
ST GOBAIN 4,5%11-300919 EMTN	BBB	582 725
VIVENDI 2,5%12-150120 EMTN	BBB	2 110 300
VOLKSWAGEN LEASING 1,5%12-0915	A	1 215 180

Le portefeuille de l'étude étant constitué, la prochaine étape consiste à associer pour chacune des obligations les pays et les industries auxquels elles appartiennent. À titre indicatif, nous relevons 9 secteurs parmi les 24 listés dans le *Technical Document* pour seulement 3 pays (Allemagne, Espagne et France).

Le tableau suivant regroupe les couples Pays-Industries pour chacune des obligations. Cependant dans notre cas, pour le calcul des corrélations individuelles nous faisons le choix d'utiliser une matrice Indices boursiers-Pays, indices qui nous serviront par ailleurs au calcul de la volatilité expliquée des rendements (*cf. paragraphe 5.1.3*).

Finalement, nous constatons que le portefeuille retenu pour notre étude n'est que très peu diversifié avec notamment, une forte concentration d'obligations françaises pour seulement deux titres espagnols et deux titres allemands. Cela s'explique par nos critères de sélection :

- une notation doit être adossée à chaque titre de dette ;
- la monnaie retenue pour chacune des obligations est l'euro ce qui revient à exclure les pays hors Union Monétaire. Avec cette hypothèse, on exclut un éventuel calcul de conversion.

TABLE 5.2 – Couples Pays-Industries

Libellés	Pays	Indutries
ABERTIS 5,125%07-120617	Espagne	Telecommunications
ALSTOM 2,875%10-051015	France	Manufacturing
AREVA 3,875%09-230916 EMTN	France	Energy
ARKEMA 4%10-251017	France	Chemicals
B.SANTANDER TOTTA 3,25%09-1014	Espagne	Banking & Finance
BPCE 3,90%04-15 TSR	France	Construction
CASINO GUI.4,472%040416 EMTN	France	Food
CR.AGR.5,875%09-110619 EMTN	France	Banking & Finance
DAIMLER 2,625%12-020419	Allemagne	Automobiles
EDF 5%08-050218	France	Utilities
JC DECAUX 2%13-080218	France	Telecommunications
KLEPIERRE 4%10-130417	France	Food
ORANGE 3,375%10-160922 EMTN	France	Telecommunications
RCI BANQUE 1,75%13-060716 EMTN	France	Banking & Finance
SCHNEIDER 4%05-110817 EMTN	France	Banking & Finance
SEB 2%14-190221	France	Manufacturing
SOC.GENERALE 4%13-070623 EMTN	France	Banking & Finance
ST GOBAIN 4,5%11-300919 EMTN	France	Construction
VIVENDI 2,5%12-150120 EMTN	France	Telecommunications
VOLKSWAGEN LEASING 1,5%12-0915	Allemagne	Automobiles

La prochaine étape consiste à estimer à quelle hauteur la volatilité des rendements de l'obligation est expliquée par la volatilité de l'indice auquel il appartient. Cependant, contrairement au risque actions (dont les rendements sont observables chaque jour), il est plus difficile d'obtenir les rendements des obligations et d'en tirer des liens de corrélations. L'idée est alors d'associer les titres de dettes à leur équivalent en action, c'est-à-dire de calculer la corrélation entre une obligation française comme EDF et une obligation allemande (Daimler) et considérer les rendements journaliers des actions respectives sur les indices considérés (SBF120 et DAX ici). Pour ce faire, nous récupérons les cours journaliers des indices et ceux des actions sur une période allant de septembre 2013 à septembre 2014.

5.1.2 Calcul des rendements des actions et de la volatilité expliquée des rendements

L'étape suivante consiste donc à calculer les rendements de chacune des lignes d'actifs. L'idée est alors d'associer pour chaque obligation l'indice boursier de référence à chaque pays puis, d'affecter à chaque titre son équivalent en action. Une fois les actions et les indices correspondants identifiés, nous calculons leurs rendements sur la période choisie (ici une année).

Cela nous permet, dans un second temps, de calculer la volatilité de chaque indice ainsi que les corrélations entre chacun d'eux. Le tableau 5.4 illustre un exemple de calcul des rendements de l'action EDF sur l'indice SBF120 pour une période d'un mois seulement.

La seconde étape du modèle est alors d'effectuer une régression linéaire sur les rendements de chaque indice et sur chacune des « actions en portefeuille ». Pour faire une régression linéaire sur les rendements, il suffit de posséder les séries historiques des prix des actions et de celles des indices, avec les rendements de l'action en tant que variables dépendantes et les rendements de l'indice en tant que variables explicatives. Rappelons que l'utilisation de rendements historiques en *input* implique que, selon la période estimée (ici 1 an) et selon la fréquence des données (journalière), la volatilité des redements expliquée par l'indice évoluera plus ou moins. Autrement dit, la valeur calculée n'est pas stable dans le temps.

TABLE 5.3 – Associations Obligations-Actions

Index	Indices - Actions	Pays
1	SBF120 - Alstom	France
2	SBF120 - Areva	France
3	SBF120 - Arkema	France
4	SBF120 - Casino	France
5	SBF120 - Crédit Agricole	France
6	SBF120 - EDF	France
7	SBF120 - JC-Decaux	France
8	SBF120 - Klepierre	France
9	SBF120 - Natixis	France
10	SBF120 - Orange	France
11	SBF120 - Renault	France
12	SBF120 - Schneider	France
13	SBF120 - Seb	France
14	SBF120 - SG	France
15	SBF120 - Vivendi	France
16	SBF120 - Saint Gobain	France
17	DAX - Daimler	Allemagne
18	DAX - VW	Allemagne
19	IBEX - Abertis	Espagne
20	IBEX - Banco Santander	Espagne

L'utilisation d'index pour chaque couple obligation-action permet de simplifier la notation pour la construction de matrices dans le modèle. Ainsi, le couple action Alstom-obligation ALSTOM 2,875%10-051015 est associée à la valeur 1 et ainsi de suite.

TABLE 5.4 – Exemple de calcul des rendements sur un mois pour l'indice SBF120 et l'action EDF

SBF 120			EDF		
Date	Prix	Rendements	Date	Prix	Rendements
01/10/2013	3211,57		01/10/2013	23,88	
02/10/2013	3234,41	0,71%	02/10/2013	23,61	-1,13%
03/10/2013	3221,09	-0,41%	03/10/2013	23,33	-1,16%
04/10/2013	3197,62	-0,73%	04/10/2013	23,59	1,11%
07/10/2013	3208,27	0,33%	07/10/2013	23,76	0,70%
08/10/2013	3218,06	0,31%	08/10/2013	23,70	-0,23%
09/10/2013	3191,65	-0,82%	09/10/2013	24,45	3,16%
10/10/2013	3213,89	0,70%	10/10/2013	24,64	0,78%
11/10/2013	3266,52	1,64%	11/10/2013	24,51	-0,55%
14/10/2013	3247,94	-0,57%	14/10/2013	25,05	2,20%
15/10/2013	3270,42	0,69%	15/10/2013	25,24	0,78%
16/10/2013	3264,19	-0,19%	16/10/2013	25,43	0,73%
17/10/2013	3268,13	0,12%	17/10/2013	25,65	0,87%
18/10/2013	3288,42	0,62%	18/10/2013	25,70	0,19%
21/10/2013	3310,59	0,67%	21/10/2013	25,70	0,00%
22/10/2013	3298,14	-0,38%	22/10/2013	25,68	-0,08%
23/10/2013	3301,12	0,09%	23/10/2013	25,60	-0,29%
24/10/2013	3299,2	-0,06%	24/10/2013	25,73	0,49%
25/10/2013	3283,56	-0,47%	25/10/2013	25,47	-0,99%
28/10/2013	3312,4	0,88%	28/10/2013	25,57	0,37%
29/10/2013	3277,52	-1,05%	29/10/2013	25,95	1,49%
30/10/2013	3301,26	0,72%	30/10/2013	25,86	-0,33%
31/10/2013	3292,4	-0,28%	31/10/2013	25,84	-0,10%

En répétant ce calcul sur la période retenue et pour chaque action, nous pouvons déterminer leur poids au sein de l'indice et spécifier de combien la volatilité des rendements de l'action est expliquée par la volatilité des rendements de l'indice.

Les résultats obtenus sont présentés dans les trois tableaux suivants. La part de la volatilité des rendements qui n'est pas expliqué par celle de l'indice représente alors ce que l'on appelle le risque idiosyncratique, c'est-à-dire le risque spécifique à l'entreprise.

TABLE 5.5 – Résultats des régressions linéaires sur les rendements des actions françaises

Index	Indices-Actions	Résultats
1	SBF120 - Alstom	64,33%
2	SBF120 - Areva	0,74%
3	SBF120 - Arkema	4,72%
4	SBF120 - Casino	58,82%
5	SBF120 - Crédit Agricole	64,70%
6	SBF120 - EDF	8,15%
7	SBF120 - JC-Decaux	0,09%
8	SBF120 - Klepierre	29,62%
9	SBF120 - Natixis	53,74%
10	SBF120 - Orange	59,36%
11	SBF120 - Renault	33,59%
12	SBF120 - Schneider	72,96%
13	SBF120 - Seb	0,94%
14	SBF120 - SG	9,10%
15	SBF120 - Vivendi	12,02%
16	SBF120 - Saint Gobain	42,93%

TABLE 5.6 – Résultats des régressions linéaires sur les rendements des actions allemandes

Index	Indices - Actions	Résultats
17	DAX - Daimler	64,07%
18	DAX - VW	16,11%

TABLE 5.7 – Résultats des régressions linéaires sur les rendements des actions espagnoles

Index	Indices - Actions	Résultats
19	IBEX - Abertis	26,82%
20	IBEX - B.Santander	90,31%

5.1.3 Matrice de corrélations entre indices et calculs matriciels

Le tableau suivant illustre les résultats du calcul des coefficients de corrélations et celle de la volatilité des trois indices boursiers de notre portefeuille.

TABLE 5.8 – Matrice de corrélations entre indices boursiers

Indices	*Volatilité*	SBF120	DAX	IBEX
SBF120	0,73%	**1**	0,80	0,85
DAX	0,88%	0,80	**1**	0,81
IBEX	0,97%	0,85	0,81	**1**

Maintenant que nous avons la matrice de corrélations entre les indices boursiers présents en portefeuille, il est possible de traiter les corrélations entre les obligations individuelles. Le processus se déroule alors en trois étapes à partir desquelles sont calculés la volatilité de l'indice pondéré pour l'entreprise ainsi que les poids standardisés et les poids des rendements idiosyncratiques (*cf.* Cadre 6 : rappels des formules mathématiques du modèle *CreditMetrics*).

Cadre 6 : rappels des formules mathématiques du modèle *CreditMetrics*

Volatilité en fonction des poids de chaque secteur - Cas de deux firmes

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\hat{w}_1^2\sigma_1^2 + \hat{w}_2^2\sigma_2^2 + 2\hat{w}_1\hat{w}_2\rho_1\rho_2\sigma_1\sigma_2} \tag{5.1}$$

Poids dans l'indice - Cas de deux firmes

$$w_1 = \alpha \times \frac{\hat{w}_1\sigma_1}{\hat{\sigma}} \qquad w_2 = \alpha \times \frac{\hat{w}_2\sigma_2}{\hat{\sigma}} \tag{5.2}$$

Poids des rendements idiosyncratiques

$$\sqrt{1-\alpha^2} \tag{5.3}$$

Appliquée à un portefeuille réel, la démarche peut alors s'avérer longue et délicate puisque cela reviendrait, par exemple, à calculer 190 combinaisons de corrélations pour chaque titre. Dans le *Technical Document*, la généralisation du processus de calcul pour n entreprises (ici 20) et pour m indices (3 dans notre cas) revient à faire un calcul matriciel qui se décline également en trois temps :

– on note $\overline{C}$, la matrice englobant à la fois la matrice de corrélations des indices obtenue précédemment (que l'on notera C) et à la fois, la matrice identité (I) qui elle, traduit le fait que les composants indiosyncratiques de chaque firme sont indépendants des éléments indiosyncratiques des autres firmes. Soit :

$$\overline{C} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

On obtient ici :

TABLE 5.9 – Matrice $\overline{C}$

Indices	SBF120	DAX	IBEX	1	...	20
SBF120	1	0,80	0,85	0	...	0
DAX	0,80	1	0,81	0	...	0
IBEX	0,85	0,81	1	0	...	0
1	0	0	0	1	...	0
...	...	...	...	...	...	0
20	0	0	0	0	...	1

– la matrice W, de dimension $m + n$ par n, où chaque colonne représente les entreprises en portefeuille ainsi que les indices auxquels elles appartiennent. Quant aux lignes, ce sont les poids des firmes dans les indices correspondants et les composants indiosyncratiques. Les positions restantes sont complétées par des zéros ;
– enfin, la troisième matrice n'est rien d'autre que la transposée de la matrice W, que l'on note W'.

Une fois que sont calculées la matrice $\overline{C}$, la matrice W ainsi que sa transposée, la matrice des corrélations individuelles de dimension $n \times n$ entre chaque entreprise s'obtient en effectuant le calcul matriciel suivant :

$$W'\overline{C}W \tag{5.4}$$

Les résultats obtenus sont présentés dans les pages suivantes.

TABLE 5.10 – Volatilité expliquée et poids des rendements idiosyncratiques

Libellés	Volatilité expliquée	Poids des rendements idiosyncratiques
Alstom	64,33%	76,56%
Areva	0,74%	100,00%
Arkema	4,72%	99,89%
Casino	58,82%	80,87%
CA	64,70%	76,25%
EDF	8,15%	99,67%
JC-Decaux	0,09%	100,00%
Klepierre	29,62%	95,51%
Natixis	53,74%	84,33%
Orange	59,36%	80,48%
Renault	33,59%	94,19%
Schneider	72,96%	68,39%
Seb	0,94%	100,00%
SG	9,10%	99,59%
Vivendi	12,02%	99,28%
Saint Gobain	42,93%	90,32%
Daimler	64,07%	76,78%
VW	16,11%	98,69%
Abertis	26,82%	96,34%
B. Santander	90,31%	42,95%

FIGURE 5.1 – Matrice W (en %)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
SBF120	64,3	0,7	4,7	58,8	64,7	8,1	0,1	29,6	53,7	59,4	33,6	73,0	0,9	9,1	12,0	42,9	0	0	0	0
DAX	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	64,1	16,1	0	0
IBEX	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	26,8	90,3
Alstom	76,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Areva	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Arkema	0	0	99,9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Casino	0	0	0	80,9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CA	0	0	0	0	76,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EDF	0	0	0	0	0	99,7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
JC-Decaux	0	0	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Klepierre	0	0	0	0	0	0	0	95,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Natixis	0	0	0	0	0	0	0	0	84,3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Orange	0	0	0	0	0	0	0	0	0	80,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Renault	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	94,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Schneider	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	68,4	0	0	0	0	0	0	0	0
Seb	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100,0	0	0	0	0	0	0	0
SG	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	99,6	0	0	0	0	0	0
Vivendi	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	99,3	0	0	0	0	0
Saint Gobain	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	90,3	0	0	0	0
Daimler	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	76,8	0	0	0
VW	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	98,7	0	0
Abertis	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	96,3	0
B. Santander	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	42,9

FIGURE 5.2 – Matrice des corrélations individuelles

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
1	0,00	0,03	0,38	0,42	0,05	0,00	0,19	0,35	0,38	0,22	0,47	0,01	0,06	0,08	0,28	0,33	0,08	0,15	0,49	
2	0,00	**1**	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01
3	0,03	0,00	**1**	0,03	0,03	0,00	0,00	0,01	0,03	0,03	0,02	0,03	0,00	0,00	0,01	0,02	0,02	0,01	0,01	0,04
4	0,38	0,00	0,03	**1**	0,38	0,05	0,00	0,17	0,32	0,35	0,20	0,43	0,01	0,05	0,07	0,25	0,30	0,08	0,13	0,45
5	0,42	0,00	0,03	0,38	**1**	0,05	0,00	0,19	0,35	0,38	0,22	0,47	0,01	0,06	0,08	0,28	0,33	0,08	0,15	0,50
6	0,05	0,00	0,00	0,05	0,05	**1**	0,00	0,02	0,04	0,05	0,03	0,06	0,00	0,01	0,01	0,03	0,04	0,01	0,02	0,06
7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	**1**	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8	0,19	0,00	0,01	0,17	0,19	0,02	0,00	**1**	0,16	0,18	0,10	0,22	0,00	0,03	0,04	0,13	0,15	0,04	0,07	0,23
9	0,35	0,00	0,03	0,32	0,35	0,04	0,00	0,16	**1**	0,32	0,18	0,39	0,01	0,05	0,06	0,23	0,28	0,07	0,12	0,41
10	0,38	0,00	0,03	0,35	0,38	0,05	0,00	0,18	0,32	**1**	0,20	0,43	0,01	0,05	0,07	0,25	0,30	0,08	0,14	0,46
11	0,22	0,00	0,02	0,20	0,22	0,03	0,00	0,10	0,18	0,20	**1**	0,25	0,00	0,03	0,04	0,14	0,17	0,04	0,08	0,26
12	0,47	0,01	0,03	0,43	0,47	0,06	0,00	0,22	0,39	0,43	0,25	**1**	0,01	0,07	0,09	0,31	0,37	0,09	0,17	0,56
13	0,01	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,01	**1**	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01
14	0,06	0,00	0,00	0,05	0,06	0,01	0,00	0,03	0,05	0,05	0,03	0,07	0,00	**1**	0,01	0,04	0,05	0,01	0,02	0,07
15	0,08	0,00	0,01	0,07	0,08	0,01	0,00	0,04	0,06	0,07	0,04	0,09	0,00	0,01	**1**	0,05	0,06	0,02	0,03	0,09
16	0,28	0,00	0,02	0,25	0,28	0,03	0,00	0,13	0,23	0,25	0,14	0,31	0,00	0,04	0,05	**1**	0,22	0,06	0,10	0,33
17	0,33	0,00	0,02	0,30	0,33	0,04	0,00	0,15	0,28	0,30	0,17	0,37	0,00	0,05	0,06	0,22	**1**	0,10	0,14	0,47
18	0,08	0,00	0,01	0,08	0,08	0,01	0,00	0,04	0,07	0,08	0,04	0,09	0,00	0,01	0,02	0,06	0,10	**1**	0,04	0,12
19	0,15	0,00	0,01	0,13	0,15	0,02	0,00	0,07	0,12	0,14	0,08	0,17	0,00	0,02	0,03	0,10	0,14	0,04	**1**	0,24
20	0,49	0,01	0,04	0,45	0,50	0,06	0,00	0,23	0,41	0,46	0,26	0,56	0,01	0,07	0,09	0,33	0,47	0,12	0,24	**1**

5.1.4 Approche par des simulations de Monte-Carlo

À présent, il nous reste à calculer les migrations des qualités de crédit en fonction des probabilités de défaut. Pour ce faire, *CreditMetrics* propose de générer des nombres aléatoires. À partir de ces scénarii nous en déduisons *in fine* la valeur future du portefeuille. En d'autres termes, chaque scénario généré correspond à un possible état du monde (*i.e.* la qualité de crédit future) à partir duquel nous réévaluons le portefeuille compte tenu de ces nouveaux *ratings*. Autrement dit, à partir des probabilités de transition (*i.e.* matrice de passage) et des taux zéro-coupons nous obtenons la valeur future des actifs compte tenu des évolutions de *ratings*. Résumons le processus de calcul :

- calcul des rendements des actifs probabilisés à partir de la matrice de passage ;
- identification de la matrice des corrélations individuelles ;
- réalisation de simulations sous l'hypothèse d'une distribution Normale des rendements ;
- association des valeurs obtenues aux évolutions de *ratings*.

Pour rappel, les notations des obligations en portefeuille vont de la plus haute qualité de crédit (AAA) à BB, c'est-à-dire qu'elles restent dans un univers *Investment Grade*. Le tableau suivant représente les valeurs probabilisées sous l'hypothèse de la loi Normale des rendeme nts des actifs en fonction des *ratings*.

TABLE 5.11 – Loi Normale et *rating*

Rating	AAA	AA	A	BBB	BB
Z_{AA}	-1,33	2,46	3,12	3,54	3,43
Z_A	-2,38	-1,36	1,98	2,70	2,93
Z_{BBB}	-2,91	-2,38	-1,51	1,53	2,39
Z_{BB}	-3,04	-2,85	-2,30	-1,49	1,37
Z_B		-2,95	-2,72	-2,18	-1,23
Z_{CCC}		-3,54	-3,19	-2,75	-2,04
$Z_{Default}$			-3,24	-2,91	-2,30

À partir de la matrice des corrélations individuelles obtenue précédemment, nous simulons des nombres aléatoires sous les conditions d'une loi Normale. Pour ce faire, nous utilisons le logiciel statistique *R* et le *package CreditMetrics*. À partir des nombres simulés, nous en déduisons dans un premier temps les trajectoires probables de *ratings* et dans un second temps la valeur du portefeuille simulée.

Par ailleurs, le modèle *CreditMetrics* s'inspire de l'approche de Merton (1974) et l'étend en apportant un nouvel élément : il distingue autant de cas qu'il existe de *ratings* différents et ce, contrairement au modèle de Merton qui lui ne tient compte que de deux cas : le défaut ou le non-défaut. L'idée ici est alors de trouver à partir des rendements simulés de l'actif appartenant à une notation, le *rating* futur de la firme compte tenu de l'intervalle dans lequel il se trouve à la période suivante. En pratique, cela revient à identifier la valeur simulée la plus basse et la valeur simulée la plus haute appartenant à un intervalle et d'estimer les éventuelles migrations de qualité de crédit pour chacun des cas. Formellement, on a :

$$\begin{cases} P_{default} = Pr\{X < Z_{default}\} \\ P_{CCC} = Pr\{Z_{default} < X < Z_{CCC}\} \\ P_{B} = Pr\{Z_{CCC} < X < Z_{B}\} \\ P_{BB} = Pr\{Z_{B} < X < Z_{BB}\} \\ P_{BBB} = Pr\{Z_{BB} < X < Z_{A}\} \\ P_{A} = Pr\{Z_{A} < X < Z_{AA}\} \\ P_{AA} = Pr\{Z_{AA} < X < Z_{AAA}\} \\ P_{AAA} = Pr\{Z_{AAA} < X\} \end{cases}$$

où X représente les rendements standardisés pour chaque obligation.

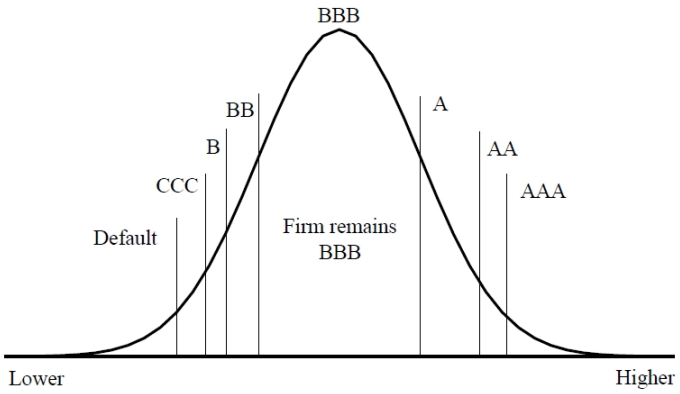

FIGURE 5.3 – Probabilité de migrations à partir d'un *rating* initial de BBB (*CreditMetrics - Technical Document*)

Le modèle de Merton (1975) se fonde sur la théorie des options et sur les travaux de Black & Scholes, *« The Pricing of Options and Corporate Liabilities »*, (1973). En effet, Merton considère que la situation de défaut peut être assimilée au capital de la firme et à ce qui le compose.

En d'autres termes, la dette de la firme s'apparente à une option sur la valeur de celle-ci, c'est-à-dire que le défaut devient dépendant de la valeur de la firme. Sous ce cadre, les facteurs de risques liés à la dette de l'entreprise sont évalués comme des *puts* sur la valeur de l'actif sous-jacent de la firme. La situation de défaut arrive que dans le cas du non-remboursement du nominal et, si à cette date la valeur de l'entreprise est supérieure au montant redevable alors la dette sera remboursé. Dans la situation inverse, la firme est en défaut auquel cas les créanciers ne reçoivent que la valeur de la firme d'un montant inférieur à la dette.

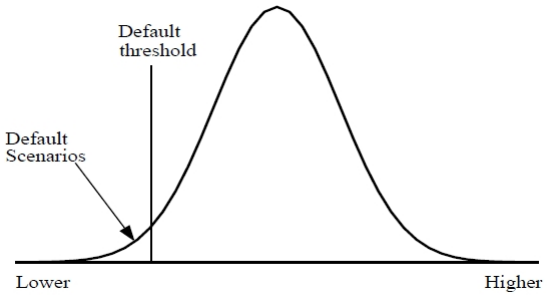

FIGURE 5.4 – Modélisation du défaut selon le modèle de Merton (*CreditMetrics - Technical Document*)

À travers la *figure 5.1* il faut comprendre que pour donner un sens aux scénarios préalablement générés, il suffit d'affecter une notation aux rendements stardadisés des actifs obtenus par ces simulations. Par exemple, si après simulations les rendements standardisés d'une obligation notée initialement BB se trouvent au minimum dans l'intervalle [-2,04 ;-1,23], alors il faut interpréter comme étant le pire état du monde pour l'obligation concernée (soit une notation de BB voire B).

De manière générale, nous simulons des scénarii sous l'hypothèse de normalité des rendements pour identifier les éventuelles migrations de notation. Le tableau suivant illustre seulement 4 des 1 000 simulations réalisées sur notre portefeuille d'étude. À titre de comparaison, dans le document technique fourni par la banque J.P Morgan, les auteurs se positionnent sur une base de 20 000 simulations. Concrètement pour avoir une approche plus fine il est primodial de générer un nombre important de simulations. En effet, un faible montant de scénarios conduirait à une décorrélation entre les données de la matrice de transition et les résultats obtenus. Une obligation pourrait alors se trouver comme étant en défaut tandis que la matrice de passage lui attribue une faible probabilité de faillite. Auquel cas les données générées deviendraient obsolètes. Ainsi, en générant des nombres aléatoires sous l'hypothèse de la loi Normale, on simule les différentes trajectoires que peuvent prendre les*ratings* dans le nouvel

état du monde en $t+1$. Pour déterminer ce nouvel état, on utilise le modèle de Merton présenté ci-dessus. Prenons le cas par exemple de l'entreprise Alstom : nous constatons que les migrations évoluent dans le meilleur des cas vers la notation A et dans le pire des cas vers une situation de défaut. De plus, parmi les 1 000 scénarii générés, nous observons qu'en majorité, les notations obtenues sont identiques à la notation initiale. Ce constat est alors en cohérence avec la matrice de passage fournie par S&P's. En effet, si l'on se positionne sur celle-ci, la probabilité d'avoir le même *rating* à la fin de l'année est plus importante que pour tout autre état du monde.

Compte tenu du nombre important de simulations ($1\ 000 \times 20$), le tableau 5.16 synthétise les 20 premiers scénarii générés à partir des nombres aléatoires pour chacune des entreprises en portefeuille. Une fois les migrations de notation identifiées, nous calculons la valeur de chaque portefeuille simulé. Une partie des résultats obtenus est présentée en *Annexes* en figures 13, 14 et 15.

Dans cette section, nous avons illustré une partie de la modélisation du modèle *CreditMetrics*. Rappelons la démarche : tout d'abord nous avons calculé les corrélations des obligations individuelles en portefeuille à partir des rendements boursiers. Puis, dans un second temps, nous avons généré 1 000 scénarii à partir de simulations de Monte-Carlo. Cette seconde étape, nous a permis de simuler les migrations éventuelles de *rating* et d'obtenir *in fine* la valeur du portefeuille pour chacun de ces scénarii.Autrement dit, nous avons toutes les informations nécessaires pour calculer la *Value-at-Risk* du portefeuille étudié sur un horizon d'un an. Dans la section suivante, nous exposerons alors les résultats obtenus puis nous aurons un regard critique sur nos travaux et proposerons d'éventuelles pistes d'amélioration de notre modèle.

5.2 Résultats et limites du modèle

5.2.1 Valeur du portefeuille simulé

Maintenant que nous avons créé une multitude de scénarii possibles de la valeur future du portefeuille, la première chose à faire est de calculer la valeur moyenne des portefeuilles obtenues et l'écart-type. Le tableau 5.14 présente les résultats obtenus.

TABLE 5.12 – Calcul de statistiques de base

Portefeuille initial **Montant total**	**Portefeuille simulé** **Moyenne μ**	**Portefeuille simulé** **Ecart-type σ**
23 869 293,00	19 340 285,54	387 126,78

Cependant, l'écart-type peut ne pas être un très bonne mesure de risque, notamment lorsque la loi de distribution des pertes ne suit pas une loi Normale comme c'est le cas ici. En effet, si nous examinons les résultats obtenus dans le

tableau suivant, nous constatons une différence entre la valeur du portefeuille obtenue *via* les simulations de Monte-Carlo et l'utilisation de quantiles et celle calculée par la moyenne et l'écart-type sous l'hypothèse de la loi Normale. De fait, nous favorisons ici l'utilisation de quantiles comme mesure de risque.

TABLE 5.13 – Calcul des quantiles sur la valeur future du portefeuille

Quantile	Scénario	Portefeuille Monte-Carlo	Formule	Portefeuille Loi Normale
95%	*950*	19 579 387,07	$\mu + 1,65 \times \sigma$	19 979 044,73
50%	*500*	19 442 048,28	μ	19 340 285,54
5%	*50*	18 882 047,91	$\mu - 1,65 \times \sigma$	18 701 526,35
2,5%	*25*	17 937 962,22	$\mu - 1,96 \times \sigma$	18 581 517,05
1%	*10*	17 315 542,72	$\mu - 2,33 \times \sigma$	18 438 280,14
0,5%	*5*	16 868 795,20	$\mu - 2,58 \times \sigma$	18 341 498,45
0,1%	*1*	15 927 774,97	$\mu - 3,09 \times \sigma$	18 144 063,79

Par exemple, prenons le cas d'un quantile à 2,5%. Dans 2,5% des cas, soit l'équivalent d'une fois tous les quatre ans, la valeur du portefeuille ne devrait pas tomber sous 17,94 millions d'euros, soit une perte de 23 869 293 - 17 937 962 = 5 931 331. Alors que, pour le même quantile, sous les conditions de la loi Normale, la valeur du portefeuille ne devrait pas tomber sous les 18,58 millions d'euros, c'est-à-dire une estimation plus optimiste. À l'inverse, si nous posons l'hypothèse de la normalité des pertes alors il y a 50% de chances que la valeur du portefeuille soit en deçà de μ, soit 19,34 millions d'euros ce qui rend l'hypothèse de normalité plus péssimiste que l'utilisation des quantiles.

5.2.2 Limites du modèle et pistes d'amélioration

Le modèle utilisé présente quelques inconvénients de fond. Premièrement, les *inputs* utilisés sur la base de données datant de 1996 et en particulier la matrice de passage de Standard & Poor's sur laquelle nous avons estimé les scénarios. Ainsi, les probabilités de migrations vers une autre notation conditionnellement à la qualité de crédit actuel est susceptible de n'être plus à jour puisqu'elle se base sur des données antérieures à 1996. De fait, on suppose dans ce modèle que l'environnemment économique sur lequel il s'est construit est le même aujourd'hui, il ne tient donc pas compte des cycles économiques et des évolutions industrielles. L'hypothèse d'homogénéité des probabilités de défaut est donc ici forte et contestable. De plus, cela implique que les probabilités de défaut soient standardisées à une notation. Auquel cas, chaque obligation ayant une même notation se verront attribuer la même probabilité de défaut. Rappelons à ce titre que chaque notation est associée à une perspective (stable, négative, *etc.*) qui n'est pas pris en compte dans ce modèle.

Enfin, l'essence même du modèle *CreditMetrics* est de se baser sur les probabilités de défaut et de ce fait, il n'est applicable que pour des obligations en portefeuille dont la qualité de crédit est connue. Force est de constater que dans

un portefeuille, il peut exister un certain nombre d'obligations *NR* (*i.e. non rated*). Ces dernières ne peuvent alors être prises en compte dans le calcul du risque de crédit. Les auteurs Niemann, Schmidt et Neukirchen (2008) ont par ailleurs proposé de calculer les ratios financiers fondamentaux des entreprises émettrices d'obligations et de comparer les résultats obtenus avec les entreprises notées afin de déterminer la notation qui pourrait être attribuée au cas où elle l'était. Cependant, dans ce cas nous serions confrontés à une éventuelle asymétrie d'information ce qui pourrait nous conduire à ne pas tenir compte de tous les éléments entrant dans l'évaluation.

En ce qui concerne notre démarche opérationnelle, rappelons que les résultats obtenus des régressions linéaires de la volatilité du rendement des indices sur la volatilité des rendements des actions varie selon la période choisie. Dans notre cas, nous nous sommes basés sur une période d'une année (septembre 2013 - septembre 2014). L'horizon temporel choisi est donc une variable importante dans notre modèle, car il a un impact direct dans la matrice des corrélations individuelles des obligations en portefeuille. La question est alors de savoir quel horizon choisir. Finalement, les corrélations obtenues nous paraissent trop faibles par rapport à la réalité.

De plus, pour le calcul de la valeur du portefeuille en fonction des migrations de crédit (*cf. Annexes - Figure 15*) nous nous sommes basés sur les taux zéros coupons fournis par le le modèle *CreditMetrics*. Autrement dit, les taux utilisés datent des années 1990 et ont été intégrés tels quels dans notre modèle. Cette hypothèse est également forte et contestable puisque la situation économique de nos jours est très différente de celle d'il y a vingt ans.

Enfin, pour avoir une approche plus fine de l'estimation de la *Value-at-Risk* crédit au sein du portefeuille Groupama Paris Val de Loire, nous pourrions augmenter le nombre de simulations de Monte-Carlo au minimum à 20 000 scénarii. Cela permettrait avant tout d'obtenir des résultats cohérents vis-à-vis de la matrice de passage et *in fine* d'avoir une estimation plus précise de la valeur du portefeuille simulé. L'évolution de notre modèle par rapport à celui proposé dans le *Technical Document* réside dans le fait que nous nous ne sommes pas basés sur une matrice Pays-Industries mais plutôt sur une matrice Indices boursiers-Pays. Cette dernière nous a servi à déterminer les corrélations individuelles des obligations à partir des rendements des actions sur les indices associés. Autrement dit, pour une obligation EDF en portefeuille nous avons calculé les rendements de l'action EDF sur l'indice français SBF120. Finalement, pour résumer, si nous voulons implémenter un modèle d'évaluation du crédit optimal nous proposons de mettre à jour la matrice de passage, d'actualiser les taux zéros coupons à l'année en cours, estimer le niveau de risque des émetteurs qui ne possèdent pas de *rating* et enfin de générer un maximum de scénarii *via* les simulations de Monte-Carlo (environ 20 000).

Conclusion

La Directive Solvabilité 2 apporte aux assureurs les moyens de garantir leur solvabilité dans un environnement harmonisé à l'échelle européenne. S'inspirant de la réforme bancaire Bâle 2, son objectif est d'inciter les compagnies d'assurances à une meilleure estimation des risques qu'ils encourent, en imposant entre autres, des niveaux de capitaux règlementaires comme le capital de solvabilité requis (SCR) et le capital minimal requis (MCR) destinés à faire face à une éventuelle situation de ruine ou bien, en mettant en place des procédures internes dans le cadre de l'*ORSA*.

Rappelons que le SCR est le niveau de capital devant permettre à l'assureur de ne pas être en ruine sur un horizon d'un an, avec un seuil de probabilité de 99,5%. Le capital minimal requis quant à lui, est le niveau minimum absolu en fonds propres que l'assureur doit détenir au risque que l'entité perde son agrément. Le pilier 2 de la Directive Solvabilité 2 adopte une vision qualitative par le biais de l'ORSA. Mais en pratique, la mise en place de ce dispositif permettant l'évaluation interne des risques et de la solvabilité exige également de mettre en place des modèles internes quantitatifs.

L'émergence de ces contraintes à la fois qualitatives et, à la fois, quantitatives conduit alors les assureurs à repenser leur modèle économique et à instaurer des modèles internes basés selon les risques spécifiques de l'entreprise.

C'est donc en ce sens que se justifie la rédaction de ce mémoire. Dans cet écrit nous avons donc illustré au lecteur la mise en place opérationnel d'un modèle d'évaluation du risque de crédit basé sur le concept de la *Value-at-Risk*. Cette dernière est une mesure probabiliste basée sur des quantiles et représente la perte maximale que peut faire un individu sur son ou ses investissements et ce, conditionnellement à l'horizon défini et au seuil de confiance choisi. Cette mesure de risque présente avant tout, l'avantage d'être facile à implémenter et facilement compréhensible.

De plus, rappelons que les plus grosses faillites d'entreprises sont liées au risque de crédit (Lehman Brothers, Enron Corp.) et il en convient de s'y intéresser afin de l'appréhender au mieux. Le risque de crédit se définit comme étant la perte économique liée au non remboursement d'une dette contractée entre deux parties et il peut être approximativement estimé par le risque de défaut. C'est pourquoi, notre choix s'est porté sur le modèle *CreditMetrics* (J.P Morgan, 1996).

Ce modèle présente l'avantage d'être relativement simple à mettre en place puisqu'il se fonde sur un modèle de *Value-at-Risk* (VaR) tout en s'intéressant aux variations de valeur des titres de dette suite à un changement de *rating* de tout ou une partie des obligations en portefeuille. Dans le *Chapitre 4*, nous avons vu que la *Value-at-Risk* ne donnait aucune information concernant le montant des

pertes en cas de survenance d'une situation extrême et qu'elle n'était pas, sous certaines conditions (de non-normalité des rendements notamment), considérée comme une mesure cohérente du risque [**3**]. Mais le principal avantage du modèle *CreditMetrics* est l'utilisation des simulations de Monte-Carlo pour estimer les trajectoires probables des *ratings*. Cela lui permet alors de prendre en compte des scénarii extrêmes comme la situation de défaut malgré une qualité de crédit de l'émetteur bonne.

Néanmoins, nous avons vu que notre modèle souffrait de nombreux inconvénients qu'il convient de rectifier pour une mise en place optimale. Tout d'abord, dans un souci de compréhension, notre étude s'est fondée sur une partie du portefeuille d'obligations de la Caisse Régionale d'assurance Groupama Paris Val de Loire (20 obligations seulement contre un portefeuille réel de 170 obligations). De plus, rappelons que les *inputs* utilisés sont pour la plupart basés sur des données datant des années 90, ce qui revient par exemple à poser implicitement une hypothèse contestable sur l'homogénéïté de la matrice de passage. L'idée était ici de garder des *inputs* d'une même période dans le modèle. Par ailleurs, les spécificités du modèle nous obligent à ne tenir compte que d'obligations en portefeuille dont le *rating* est connu, puisqu'il se base principalement sur la qualité de crédit initial de l'émetteur de la dette.

Cependant, l'attribution d'une notation découle au préalable d'une demande de l'émetteur et de fait, un vrai travail de fond est alors à attendre sur ce sujet où l'idée serait de trouver une méthode d'estimation du *rating*.

À noter en ce sens, les travaux de Niemann, Schmidt et Neukirchen * qui proposent une nouvelle approche dans la constuction de modèles de *rating* en se basant notamment sur les principaux ratios financiers. Enfin, nous avons fait le choix de garder une monnaie unique dans le portefeuille et de ne garder que des dettes appartenant à l'Union Monétaire Européenne et ce, afin de ne pas tenir compte des variations des taux de change.

Finalement, le modèle *CreditMetrics* est avant tout un modèle de crédit basé sur le risque de défaut. Il présente l'avantage d'être relativement facile à mettre en place mais il souffre de nombreuses hypothèses sous-jacentes contestables. Pour une utilisation opérationnelle en entreprise, il sera alors nécessaire de pousser cette étude pour, dans un premier temps, associer à chaque titre de dettes une notation et dans un second temps, mettre à jour la matrice de passage fournie par Standard & Poor's.

∗. (2008),"Improving performance of corporate rating prediction models by reducing financial ratio heterogeneity", *Journal of Banking and Finance, 32,3*, 434-446.

Bibliographie

[1] Autorité de Contrôle Prudentiel, (2011), *"Solvabilité 2 : principaux enseignements de la cinquième étude quantitative d'impact (QIS5)"*, *Analyses et Synthèses, 1*, 24 pages.

[2] Autorité de Contrôle Prudentiel, (2014), *"Préparation à Solvabilité 2 : enseignements de l'exercice d'ORSA pilote 2013"*, *Analyses et Synthèses, 1*, 12 pages.

[3] Artzner P., F. Delbaen, J.-M. Eber et D. Heath, (1999), *"Coherent Measures of Risk"*, *Mathematical Finance, 9*, 203-228.

[4] Avesani R.-G, K. Liu, A. Mirestean et J. Salvati, (2006), *"Review and Implementation of Credit Risk Models of the Financial Sector Assessment Program"*, *Working Paper, IMF*, 35 pages.

[5] Basel Committee on Banking Supervision, (2011), *"Global Systemically Important Banks : Assessment Methodology and the Additional Loss Absorbency Requirement"*, *Bank for International Settlements*, 32 pages.

[6] Benoit S., (2010), *"Risque de Données et Backtesting de la Value-at-Risk"*, *Université d'Orléans*, 48 pages.

[7] Benoit S., G. Colletaz, C. Hurlin et C. Pérignon, (2013), *"A Theoretical and Empirical Comparison of Systemic Risk Measures"*, *Working Paper #FIN-2014-1030, HEC Paris*, 47 pages.

[8] Berkowitz J. et J. O'Brien, (2001), *"How Accurate are Value-at-Risk Models at Commercial Banks ?"*, 27 pages.

[9] Bhatia M. *et al.*, (1997), *"CreditMetrics - Technical document"*, *Morgan Guaranty Trust Co.*, 199 pages.

[10] Bisias D., M. Flood, A. Lo et S. Valavanis, (2012), *"A Survey of Systemic Risk Analytics"*, *Working Paper #0001, Office of Financial Research*, 165 pages.

[11] Boucher C. *et al.*, (2013), *"Une évaluation économique du risque de modèle pour les investisseurs de long terme"*, *Revue économique, 63*, 591-600.

[12] Boucher C., J. Danielsson, P. Kouontchou et B. Maillet, (2014), *"Risks Models-at-Risks"*, *Journal of Banking and Finance, 44*, 72-92.

[13] Boucher C. et B. Maillet, (2014), *"Learning by Failing : A Simple Buffer for VaR"*, *Financial Markets, Institutions & Instruments Journal, 22(2)*, 113-127.

[14] Campbell S.-D., (2005), *"A Review of Backtesting and Backtesting Procedures"*, *Finance and Economics Discussion Series Divisions of Research & Statistics and Monetary Affairs Federal Reserve Board, Washington D.C*, 25 pages.

[15] Christoffersen P.-F., (2012), *"Elements of Financial Risk Management"*, *Second edition*, 326 pages.

[16] Christoffersen P.-F. et D. Pelletier, (2004), *"Backtesting Value-at-Risk : A Duration-Based Approach"*, *Journal of Financial Econometrics, 2, 1*, 84-108.

[17] Christoffersen P.-F. et S. Gonçalves, (2005), *"Estimation Risk in Financial Risk Management"*, *Journal of Risk, 7(3)*, 1-28.

[18] Corvasce G., (2013), *"Measuring Systemic Risk : An International Framework"*, *Working Paper, Society of Financial Studies*, 68 pages.

[19] Credit Risk First Boston, (1997), *"CreditRisk+ : A credit risk management framework"*, *Credit Risk First Boston International*, 72 pages.

[20] Danielsson J. *et al.*, (2012), *"Fat Tails, VaR and Subadditivity"*, *Journal of Econometrics*, 30 pages.

[21] Danielsson J. et C.-G. de Vries, (2000), *"Value-at-Risk and Extreme Returns"*, *Annales d'Economie et de Statistique*, 60, 239-270.

[22] Danielsson J., K. James, M. Valenzuela et I. Zer, (2014), *"Model Risk of Risk Models"*, *SRC Working Paper*, 32 pages.

[23] Derman E., (1996), *"Model Risk"*, *Quantitative Strategies Research Notes, Goldman Sachs*, 11 pages.

[24] Engle R. et S. Manganelli, (2001), *"Value-at-Risk Models in Finance"*, *ECB Working Paper, New York University*, 41 pages.

[25] Engle R. et S. Manganelli, (2004), *"CAViaR : Conditional Autoregressive Value at Risk by Regression Quantiles"*, *Journal of Business & Economic Statistics, 22, 4*, 367-381.

[26] European Insurance and Occupational Pensions Authority, (2012), *"Technical Specifications for the Solvency Valuation and Solvency Capital Requirement Calculations (Part 1)"*, *EIOPA-DOC-12/362*, 115-288.

[27] Fama E., (1970), *"Efficient Capital Markets : A Review of Theory and Empirical Work"*, *The Journal of Finance, 25, 2*, 383-417.

[28] Financial Services Authority, (2006), *"Solvency II : A New Framework for Prudential Regulation of Insurance in The EU"*, *FSA discussion paper*, 1-64.

[29] Gouriéroux C., J.-C. Heam et A. Monfort, (2012), *"Bilateral Exposures and Systemic Solvency Risk"*, *Canadian Journal of Economics, 45(4)*, 1273-1309.

[30] Huang X., H. Zhou et H. Zhu, (2009), *"A Framework for Assessing the Systemic Risk of Major Financial Institutions"*, *Journal of Banking and Finance, 33 (11)*, 2036-2049.

[31] Jorion P., (2009), *"Financial Risk Manager handbook"*, *4th Edition, GARP*, 700 pages.

[32] Linsmeier T. et N.-D. Pearson, (2000), *"Value at Risk"*, *Financial Analysts Journal, 56, 2*, 47-67.

[33] Longerstaey J. et P. Zangari, (1996), *"RiskMetrics"*, *Technical document 4th Edition, Morgan Guaranty Trust Co.*, 283 pages.

[34] Manganelli S. et R. Engle, (2001), *"Value-at-Risk Models in Finance"*, *European Central Bank (Working paper series)*, 41 pages.

[35] Mina J. et Xiao J., (2001), *"Return to RiskMetrics : The Evolution of a Standard"*, *RiskMetrics Group*, 111 pages.

[36] Nieppola O., (2009), *"Backtesting Value-at-Risk Models"*, *Helsinki School of Economics*, 78 pages.

[37] Parlement Européen et le Conseil de l'Union Européenne, (2009), *Directives sur l'accès aux activités de l'assurance et de la réassurance et leur exercice (Solvabilité 2)*, *Journal officiel de l'Union Européenne*, 155 pages.

[38] Planchet F. et M. Juillard, (2010), *"Pilier 2 : vers le pilotage d'un profil de risques"*, *La tribune de l'assurance, 153*, 2-3.

[39] Pollin J.-P., (2009), *"Réguler la liquidité bancaire"*, *Revue d'économie financière, 94, 94*, 273-285.

[40] Rockafellar T.-R. et S. Uryasev, (2000), *"Optimization of Conditional Value-at-Risk"*, *Journal of Risk, 2, 3*, 21-41.

[41] Sheldon G. et M. Maurer, (1998), *"Interbank Lending and Systemic Risk : An Empirical Analysis for Switzerland"*, *Swiss Journal of Economics and Statistics, 134*, 685-704.

Annexes

FIGURE A.1 – Matrice de corrélations pour le calcul du SCR

	1	2	3	4	5
Market	1	0,25	0,25	0,25	0,25
Default	0,25	1	0,25	0,25	0,50
Life	0,25	0,25	1	0,25	0
Health	0,25	0,25	0,25	1	0
Non-life	0,25	0,50	0	0	1

FIGURE A.2 – Matrice de corrélations pour le calcul du SCR_{Market}

	1	2	3	4	5	6
Interest	1	0	0	0	0,25	0
Equity	0	1	0,75	0,75	0,25	0
Property	0	0,75	1	0,5	0,25	0
Spread	0	0,75	0,5	1	0,25	0
Currency	0,25	0,25	0,25	0,25	1	0
Concentration	0	0	0	0	0	1

FIGURE A.3 – Matrice de corrélations pour le SCR_{Life}

	1	2	3	4	5	6
Mortality	1	-0,25	0,25	0	0,25	0
Longevity	-0,25	1	0	0,25	0,25	0,25
Disability/Morbidity	0,25	0	1	0	0,50	0
Lapse	0	0,25	0	1	0,50	0
Expense	0,25	0,25	0,5	0,5	1	0,5
Revision	0	0,25	0	0	0,5	1

FIGURE A.4 – Matrice de corrélations pour le SCR_{Health}

	1	2	3
HealthSLT	1	0,50	0,25
HealthNonSLT	0,50	1	0,25
HealthCAT	0,25	0,25	1

FIGURE A.5 – Matrice de corrélations pour le $SCR_{Non-Life}$

	1	2	3
NLpr	1	0	0,25
NLlapse	0	1	0
NLCAT	0,25	0	1

FIGURE A.6 – Matrice de corrélations pour le calcul du SCR par LoB

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Motor vehicle liability	1	0,5	0,5	0,25	0,5	0,25	0,5	0,25	0,5	0,25	0,25	0,25
Motor, other classes	0,5	1	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25
Marine, aviation, transport (MAT)	0,5	0,25	1	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25	0,5
Fire and other property damage	0,25	0,25	0,25	1	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,5	0,25	0,5
Third-party liability	0,5	0,25	0,25	0,25	1	0,5	0,5	0,25	0,5	0,25	0,5	0,25
Credit and suretyship	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	1	0,5	0,25	0,5	0,25	0,5	0,25
Legal expenses	0,5	0,5	0,25	0,25	0,5	0,5	1	0,25	0,5	0,25	0,5	0,25
Assistance	0,25	0,5	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	1	0,5	0,5	0,25	0,25
Miscellaneous	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1	0,25	0,25	0,5
Non-proportional reinsurance - property	0,25	0,25	0,25	0,5	0,25	0,25	0,25	0,5	0,25	1	0,25	0,25
Non-proportional reinsurance - casualty	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	1	0,25
Non-proportional reinsurance - MAT	0,25	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	0,25	0,25	1

Tempêtes Lothar et Martin	Cotisations ex pur 1999 vues fin 2013	Charge Lothar & martin de 1999 vue fin 2013	S/P	Cession sinistres XS	Cession sinistres QP	Cession sinistres interne à GSA	Rétrocession sinistres - clé 2013 (*)	Charge conservée par l'entité
	13,74	189,63	1380%	167,32	11,16	178,47	0,26	11,42
Cat Nat 2003	Cotisations ex pur 2003 vues fin 2013	Charge 2003 vue fin 2013	S/P de l'exercice 2003 vu fin 2013	Cession sinistres NP	Cession sinistres QP	Cession sinistres internes à GSA	Rétrocession sinistres - clé 2013 (*)	Charge conservée par l'entité
	11,96	8,02	67,1%	0,00	5,62	5,62	1,08	3,49
Récoltes hors MRC	Cotisations ex pur 2013	Charge ex pur 2013	S/P de l'exercice 2013	Cession sinistres NP	Cession sinistres QP	Cession sinistres internes à GSA	Rétrocession sinistres - clé 2013 (*)	Charge conservée par l'entité
	25,11	32,18	128,1%	7,66	12,26	19,92	0,35	12,61
MRC	Cotisations ex pur 2013	Charge ex pur 2013	S/P de l'exercice 2013	Cession sinistres NP	Cession sinistres QP	Cession sinistres internes à GSA	Rétrocession sinistres - clé 2013 (*)	Charge conservée par l'entité
	10,47	16,88	161,3%	0,00	16,88	16,88	6,35	6,35
Tempêtes 2013	Cotisations ex pur 2013	Charge ex pur 2013	S/P de l'exercice 2013	Cession sinistres XS	Cession sinistres QP	Cession sinistres interne à GSA	Rétrocession sinistres - clé 2013 (*)	Charge conservée par l'entité
	23,04	14,12	61,3%	0,00	7,06	7,06	0,25	7,31
Cat Nat 2013	Cotisations ex pur 2013	Charge ex pur 2013	S/P de l'exercice 2013	Cession sinistres NP	Cession sinistres QP	Cession sinistres internes à GSA	Rétrocession sinistres - clé 2013 (*)	Charge conservée par l'entité
	12,44	2,20	17,7%	0,00	1,54	1,54	0,14	0,80

FIGURE A.7 – Calibrage des *stress-tests* climatiques (Groupama Paris Val de Loire)

	EE en couv du SCR	SCR net d'IS	Ratio de couv SCR
Situation initiale	480,02	147,20	326%
Scénario A EE (couv SCR) après stress	467,92	148,01	316%
Scénario B EE (couv SCR) après stress	460,75	148,49	310%

	EE en couv du MCR	MCR net d'IS	Ratio de couv MCR
Situation initiale	480,02	49,72	965%
Scénario A EE (couv MCR) après stress	467,92	49,72	941%
Scénario B EE (couv MCR) après stress	460,75	49,72	927%

FIGURE A.8 – Résultats des *stress-tests* climatiques sur le ratio de couverture (Groupama Paris Val de Loire)

FIGURE A.9 – Matrice de passage fournies par S&P's

	Rating at year-end							
Initial Rating	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Default
AAA	**90,81%**	8,33%	0,68%	0,06%	0,12%	0,00%	0,00%	*0,00%*
AA	0,70%	**90,65%**	7,79%	0,64%	0,06%	0,14%	0,02%	*0,00%*
A	0,09%	2,27%	**91,05%**	5,52%	0,74%	0,26%	0,01%	*0,06%*
BBB	0,02%	0,33%	5,95%	**86,93%**	5,30%	1,17%	0,12%	*0,18%*
BB	0,03%	0,14%	0,67%	7,73%	**80,53%**	8,84%	1,00%	*1,06%*
B	0,00%	0,11%	0,24%	0,43%	6,48%	**83,46%**	4,07%	*5,20%*
CCC	0,22%	0,00%	0,22%	1,30%	2,38%	11,24%	**64,86%**	*19,79%*

FIGURE A.10 – Codes R pour simulations de Monte-Carlo

```
N<-20
n<-1000
firmnames <- c("Alstom", "Areva", "Arkema", "Casino", "CA, "EDF", "JC-DECAUX", "Klepierre", "Natixis", "Orange","Renault",
"Schneider", "Seb", "SG", "Vivendi", "SaintGobain", "Daimler", "VW", "Abertis", "Santander")
rho<-matrix(c( 1 0,00 0,03 0,38 0,42 0,05 0,00 0,19 0,35 0,38 0,22 0,47 0,01 0,06 0,08 0,28 0,33 0,08 0,15 0,49
0,00 1 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 0,01 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 0,01
0,03 0,00 1 0,03 0,03 0,00 0,00 0,01 0,03 0,03 0,02 0,03 0,00 0,00 0,01 0,02 0,02 0,01 0,01 0,04
0,38 0,00 0,03 1 0,38 0,05 0,00 0,17 0,32 0,35 0,20 0,43 0,01 0,05 0,07 0,25 0,30 0,08 0,13 0,45
0,42 0,00 0,03 0,38 1 0,05 0,00 0,19 0,35 0,38 0,22 0,47 0,01 0,06 0,08 0,28 0,33 0,08 0,15 0,50
0,05 0,00 0,00 0,05 0,05 1 0,00 0,02 0,04 0,05 0,03 0,06 0,00 0,01 0,01 0,03 0,04 0,01 0,02 0,06
0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 1 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00
0,19 0,00 0,01 0,17 0,19 0,02 0,00 1 0,16 0,18 0,10 0,22 0,00 0,03 0,04 0,13 0,15 0,04 0,07 0,23
0,35 0,00 0,03 0,32 0,35 0,04 0,00 0,16 1 0,32 0,18 0,39 0,01 0,05 0,06 0,23 0,28 0,07 0,12 0,41
0,38 0,00 0,03 0,35 0,38 0,05 0,00 0,18 0,32 1 0,20 0,43 0,01 0,05 0,07 0,25 0,30 0,08 0,14 0,46
0,22 0,00 0,02 0,20 0,22 0,03 0,00 0,10 0,18 0,20 1 0,25 0,00 0,03 0,04 0,14 0,17 0,04 0,08 0,26
0,47 0,01 0,03 0,43 0,47 0,06 0,00 0,22 0,39 0,43 0,25 1 0,01 0,07 0,09 0,31 0,37 0,09 0,17 0,56
0,01 0,00 0,00 0,01 0,01 0,00 0,00 0,00 0,01 0,01 0,00 0,01 1 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 0,00 0,01
0,06 0,00 0,00 0,05 0,06 0,01 0,00 0,03 0,05 0,05 0,03 0,07 0,00 1 0,01 0,04 0,05 0,01 0,02 0,07
0,08 0,00 0,01 0,07 0,08 0,01 0,00 0,04 0,06 0,07 0,04 0,09 0,00 0,01 1 0,05 0,06 0,02 0,03 0,09
0,28 0,00 0,02 0,25 0,28 0,03 0,00 0,13 0,23 0,25 0,14 0,31 0,00 0,04 0,05 1 0,22 0,06 0,10 0,33
0,33 0,00 0,02 0,30 0,33 0,04 0,00 0,15 0,28 0,30 0,17 0,37 0,00 0,05 0,06 0,22 1 0,10 0,14 0,47
0,08 0,00 0,01 0,08 0,08 0,01 0,00 0,04 0,07 0,08 0,04 0,09 0,00 0,01 0,02 0,06 0,10 1 0,04 0,12
0,15 0,00 0,01 0,13 0,15 0,02 0,00 0,07 0,12 0,14 0,08 0,17 0,00 0,02 0,03 0,10 0,14 0,04 1 0,24
0,49 0,01 0,04 0,45 0,50 0,06 0,00 0,23 0,41 0,46 0,26 0,56 0,01 0,07 0,09 0,33 0,47 0,12 0,24 1 ,20,20,
dimnames = list(firmnames, firmnames), byrow = TRUE)
cm.rnorm.cor(N,n,rho)
```

FIGURE A.11 – Nombres aléatoires sous l'hypothèse de la loi Normale pour les 9 premières obligations

Alstom BBB	Areva BBB	Arkema BBB	Casino BBB	CA A	EDF A	JC-Decaux BBB	Klepierre A	Natixis A
1,942811986	-0,796413507	1,579843178	-1,248864681	0,634096706	1,583855217	-0,23082294	-0,027899591	-0,49425297
0,495993022	-0,939381257	0,883812428	2,149539779	-1,411688073	-0,88032547	1,151899527	-0,632802076	-2,020220795
-0,737622658	-1,761955073	-0,619743717	0,096517551	-0,222674954	-0,649530241	-0,669565209	-0,326707783	1,259370568
-0,887892186	-2,279108283	0,538890885	-0,321501139	-0,506984561	0,462586525	-1,015069992	-0,798063918	1,142556691
-0,418946237	-0,952387383	-0,916861245	-1,652773522	-1,261348699	0,268184536	-1,739095934	-0,092541879	0,098630464
0,910790469	-0,228586101	0,933466431	0,429890654	0,141792359	0,034765857	-0,332358665	1,101514574	-1,577875851
0,825181781	0,849295764	1,320936145	0,076281082	-0,386717444	1,436414172	0,217047175	0,275434371	-0,511682834
0,371073452	0,39013559	0,650101358	0,398485499	-0,97795233	-1,623299099	-0,046274757	-0,49616817	1,101544916
0,73014817	-0,805259094	-1,058807464	-0,381801631	-0,136441782	0,375234552	0,129375697	0,269189599	0,396295239
0,806624899	-1,295494177	0,331144408	-0,056668404	-0,893239753	-0,257780428	1,397428023	0,149926146	-0,582795411
0,330168109	0,540198778	-2,538043251	-1,11332636	-0,859819023	0,538828962	0,218168174	0,351239357	1,07564388
-1,032002469	-0,891013696	-2,579570789	0,37711854	1,834299464	0,295178951	-0,029265738	-0,948494456	0,627372004
-0,30810269	-0,274758741	-0,13353804	-0,183013142	-1,000094372	0,210976812	0,73929813	-1,4755233	0,357232772
0,325236677	0,127179387	2,289763656	-1,160957915	-1,236413709	-0,12110283	-0,200037113	1,048136271	-0,45697461
0,049615302	1,673081145	0,105134069	1,276757795	0,694280401	-2,237521672	0,164653012	0,729529819	-0,191855676
-0,206005785	0,446043902	-0,318018298	0,289592705	0,514751334	0,478992563	0,890410141	-1,348578928	1,060822124
-0,508435691	1,76449713	-1,066120928	-0,481487942	0,610815151	-0,735980183	-1,206749111	0,15145611	0,92910782
-0,752266633	0,785130957	0,170172262	0,093004797	0,758045307	1,024551246	-2,654233083	-1,793098586	1,18279118
0,396119348	0,746556117	-1,210810974	0,64465128	0,89985319	-1,594729535	-0,625343886	-0,333379635	1,114708656
-1,438755861	0,589760263	0,289723161	-0,346970476	1,880664528	0,541336484	0,669718098	-0,921328899	-0,818812326

FIGURE A.12 – Résultats des simulations de migrations pour les 9 premières obligations

Rating initial	Alstom	Areva	Arkema	Casino	Crédit Agricole	EDF	JC-Decaux	Klepierre	Natixis
	BBB	BBB	BBB	BBB	A	A	BBB	A	A
1	BBB	BB	BBB	BB	BBB	BBB	BB	BBB	BBB
2	BB	BB	BB	BBB	BBB	BBB	BB	BBB	BB
3	BB	B	BB	BB	BBB	BBB	BB	BBB	BBB
4	BB	CCC	BB	BB	BBB	BBB	BB	BBB	BBB
5	BB	BB	BB	B	BBB	BBB	B	BBB	BBB
6	BB	BB	BB	BB	BBB	BBB	BB	BBB	BB
7	BB	BB	BB	BB	BBB	BBB	BB	BBB	BBB
8	BB	BB	BB	BB	BBB	BB	BB	BBB	BBB
9	BB	BB	BB	BB	BBB	BBB	BB	BBB	BBB
10	BB	BB	BB	BB	BBB	BBB	BB	BBB	BBB
11	BB	BB	CCC	BB	BBB	BBB	BB	BBB	BBB
12	BB	BB	CCC	BB	BBB	BBB	BB	BBB	BBB
13	BB	BB	BB	BB	BBB	BBB	BB	BBB	BBB
14	BB	BB	BBB	BB	BBB	BBB	BB	BBB	BBB
15	BB	BBB	BB	BB	BBB	BB	BB	BBB	BBB
16	BB	BB	BB	BB	BBB	BBB	BB	BBB	BBB
17	BB	BBB	BB	BB	BBB	BBB	BB	BBB	BBB
18	BB	BB	BB	BB	BBB	BBB	CCC	BB	BBB
19	BB	BB	BB	BB	BBB	BB	BB	BBB	BBB
20	BB	BB	BB	BB	BBB	BBB	BB	BBB	BBB

FIGURE A.13 – Calcul des *cash-flows*

Obligation	*Alstom*	*Areva*	*Arkema*	*Casino*	*Crédit Agricole*	*EDF*	*JC-Decaux*	*Klepierre*	*Natixis*
Ratings	*BBB*	*BBB*	*BBB*	*BBB*	*A*	*A*	*BBB*	*A*	*A*
Nominal	*600000*	*550000*	*1100000*	*200000*	*2000000*	*1000000*	*600000*	*1400000*	*500000*
Taux	*0,02875*	*0,03875*	*0,04*	*0,04472*	*0,05875*	*0,05*	*0,02*	*0,04*	*0,039*
0	17 250	21 313	44 000	8 944	117 500	50 000	12 000	56 000	19 500
1	592 939	21 313	44 000	8 944	117 500	50 000	12 000	56 000	519 500
2	0	571 313	44 000	208 944	117 500	50 000	12 000	56 000	0
3	0	0	1 144 000	0	117 500	50 000	12 000	1 456 000	0
4	0	0	0	0	117 500	1 050 000	612 000	0	0
5	0	0	0	0	2 117 500	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0

FIGURE A.14 – Valeurs obtenues en fonction des simulations de *ratings*

	Alstom	Areva	Arkema	Casino	Crédit Agricole	EDF	JC-Decaux	Klepierre	Natixis
Rating	BBB	BBB	BBB	BBB	A	A	BBB	A	A
Nominal	600000	550000	1100000	200000	2000000	1000000	600000	1400000	500000
Taux	0,02875	0,03875	0,04	0,04472	0,05875	0,05	0,02	0,04	0,039
Maturité	*1*	*2*	*3*	*2*	*5*	*4*	*4*	*3*	*1*
1	610189	549779	1107633	203307	2112305	1029966	506110	1409715	518539
2	602044	549779	1064460	208251	2112305	1029966	506110	1409715	511684
3	602044	540229	1064460	203307	2112305	1029966	506110	1409715	518539
4	602044	471681	1064460	203307	2112305	1029966	506110	1409715	518539
5	602044	549779	1064460	199809	2112305	1029966	484589	1409715	518539
6	602044	549779	1064460	203307	2112305	1029966	506110	1409715	511684
7	602044	549779	1064460	203307	2112305	1029966	506110	1409715	518539
8	602044	549779	1064460	203307	2112305	975927	506110	1409715	518539
9	602044	549779	1064460	203307	2112305	1029966	506110	1409715	518539
10	602044	549779	1064460	203307	2112305	1029966	506110	1409715	518539
11	602044	549779	887061	203307	2112305	1029966	506110	1409715	518539
12	602044	549779	887061	203307	2112305	1029966	506110	1409715	518539
13	602044	549779	1064460	203307	2112305	1029966	506110	1409715	518539
14	602044	549779	1107633	203307	2112305	1029966	506110	1409715	518539
15	602044	563256	1064460	203307	2112305	975927	506110	1409715	518539
16	602044	549779	1064460	203307	2112305	1029966	506110	1409715	518539
17	602044	563256	1064460	203307	2112305	1029966	506110	1409715	518539
18	602044	549779	1064460	203307	2112305	1029966	408115	1354767	518539
19	602044	549779	1064460	203307	2112305	975927	506110	1409715	518539
20	602044	549779	1064460	203307	2112305	1029966	506110	1409715	518539